FONDO PROVINCIA

27-8-26

25103
BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio 14
Palchetto 2
Num.° d' ordine 56

27.4.95

NAZIONALE
B. Prov.
11
914
NAPOLI
VITT. EM. III

B - Prot.
II
914

APPLICAZIONE

DI

TALUNI PROBLEMI DI CALCOLO SUBLIME.

Digitized by Google

Digitized by Google

C10097

APPLICAZIONE

DI

TALUNI PROBLEMI DI CALCOLO SUBLIME

RICAVATI

DAL BARDONI

DIRETTA AD EVITARE LE INCARREGGIATE ED I LORO INCONVENIENTI
NELLE SVOLTE DELLE STRADE

SOGGIUNTA DI UN CENNO

SULLA COSTRUZIONE DELLE STRADE IN GENERALE

DI

CARMELO PASSARO

ARCHITETTO MUNICIPALE, DELLA REAL CASSA DI AMMORTIZZAZIONE
E DEL DEMANIO PUBBLICO,

DEL

S. M. O. GERUSOLIMITANO,

ASCRITTO ALL'ALBO DEGLI ARCHITETTI GIUDIZIARI DELLA G. C. C. DI NAPOLI
E SOCIO CORRISPONDENTE NAZIONALE ALLA REALE ACCADEMIA
DI BELLE ARTI NEL RAMO ARCHITETTONICO.

NAPOLI
DALLA TIPOGRAFIA DI GENNARO AGRELLI

1844

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

AVVERTIMENTO.

M' impegno novellamente con questo opuscoletto. Il compatimento generale largito al primo mio lavoro, m' induce a produrlo.

Il solo proponimento di prestare più che posso de' servizî alla classe ed a' compagni, mi fa sperare, che sarò almanco tollerato.

I severi principî della scienza matematica, mi assicurano, da altro lato, che non sarò per dire cose vaghe, o esporre pensieri non positivi.

> Est methodus qua a quesito quasi jam concesso, per ea quae deinde consequuntur, ad conclusionem aliquam, cuius ope compositio fiat, perducamur.
>
> Pappo Alessandrino.

Digitized by Google

Digitized by Google

INTRODUZIONE

§ I.°

DISCORSO PRELIMINARE.

Restera' al certo stupefatto quell'architetto, cui giugnerà nuovo il presente lavoro, considerando che l'accordo per riunire due assi di due strade a congiungersi sotto un dato angolo, che spesso suolevasi lasciare all' arbitrio e giudizio di un mettitore di basoli, ha richiamata l'attenzione de'primi analisti, ed ha dato loro motivo di applicare la parte la più sublime della scienza matematica.

Il non saper trovare la linea di svolta da unire gli assi di due strade sotto un dato angolo, produce quasi sempre il grave consumo di un basolato, e 'l rende pieno di moltiplici incarreggiate; e quindi di una brevissima durata.

Giunta a conoscersi la natura della curva della svolta, non riuscirà al certo malagevole il mettere i basoli con una certa consentaneità alla curva medesima con lavoro così detto *a spina pesce* per eliminare gli sconci di sopra indicati.

Digitized by Google

Sin da che mi giunse nelle mani il tanto erudito, ed encomiato opuscolo del dottissimo Bordoni, mi venne in mente, che lo stesso poteva riuscire di una utilità senza pari, ove venisse applicato pe' basolati delle svolte, per evitare, oltre il consumo, quell'inconveniente d'incarreggiate che tanto si rende incomodo e a' pedoni ed alle vetture.

Per la qual cosa la riproduzione di esso, di unita all'applicazione che si contiene in questo lavoro, credo, che un interessante servizio voglia rendere agli architetti, ed alle stesse Amministrazioni per non più restare assoggettite spesso spesso al dispendio d'immature rifazioni. E per addimostrare quanta venerazione si debba al lavoro del Bordoni, da me con ordine progressivo si espongono taluni problemi i più utili ed interessanti agli ordinarî bisogni delle costruzioni di strade in corso.

Questo opuscolo si può rendere non solo utile nel presente obietto ma può procurare novelle idee all'architetto, specialmente nello accordo degli edificî laterali alle svolte medesime.

Nè senza ragione e solo col capriccio debbe un architetto aggiustare gli edificî delle svolte. Conosciuto l'ordine della curva, che congiunge i due assi; allora potrà l'architetto adattare le curve degli edificî laterali, onde conservare non solo il parallelismo, ma anche giovarsi della licenza che convenientemente potrà proccurarsi nel trasformare la curva della svolta, in un altra consentanea; solo per ottenere un aggiustamento Euritmico.

Tali curve in generale non oltrepassino giammai il secondo ordine il quale abbraccia le coniche, il cerchio, la parabola, l'iperbole, e l'ellisse: Il solo immortale Newton, e posteriormente Itirling definirono la genesi delle curve del terzo ordine, ma su di ciò potrassi avere una idea più chiara con leggere il Gramer nell'*Introduction a l'analyse des lignes courbes algébriques*,

Digitized by Google

molto più perchè tali curve non potran formar parte del nostro obietto. Nè vogliamo innoltrarci a definire l'ordine di quella linea, che forse potrebbe nascere se non a semplice curvatura, anche a doppia curvatura.

La equazione di tale curva ci porterebbe a calcoli complicatissimi. Basta solo avere una idea di tali curve con la semplice definizione portata nella Geometria descrittiva, imperciocchè noi trattiamo il nostro lavoro con la ipotesi che le linee sieno sempre nello stesso piano orizzontale, o costantemente declive.

Premesse tali idee, passo ora alla esposizione degli accennati problemi.

§. II.

COSTRUZIONE.

Per trovare la linea $A123xC$ (fig. 1) *svolta* di una strada--- $BA123xCD$---, onde riunire o raccordare convenientemente le due parti rettilinee AB---, CD--- della strada stessa, generalmente si usa il metodo seguente.

Si prolunghino le rette BA, DC sino in E ad incontrarsi; si divide la EC parti nelle $Ea, ab, bc, cd, ---, tC$ eguali fra loro, e la AE in altrettante parti $Al, lm, mn, ---, vu, uE$ pure fra loro eguali: fatto ciò, si trovano i punti 1, 2, 3, ---, x comuni ordinatamente alle rette aA, bl; bl, cm; cm, dn; ---; tv, Cu; indi si traccia una curva, che passi pei punti A, 1, 2, 3, ---, x, C e non abbia nè flessi nè regressi; e dessa si ritiene la svolta richiesta.

Sebbene di questo metodo, per la determinazione della svolta di una strada o di un canale o d'altro, parlarono almeno per incidenza i signori Sganzin, Puissant, Brianchon, Sereni, ed al-

Digitized by Google

tri sì prima che dopo di loro, non ostante, io spero, che non ispiacerà ai giovani ingegneri la lettura di questa Nota, che è una delle ultimate fra quelle che aveva scritto lo stesso Bardoni per assecondare i signori Cadolini e Masieri traduttori e commentatori della *Biblioteca per gli Ingegneri;* giacchè in essa vi sono varie proposizioni interessanti, che non furono per anco trattate, ed altre che nol furono tanto, quanto possono interessare, avuto riguardo all'uso di esse.

PROPOSIZIONE PRIMA.

Trovare le coordinate dei punti, pei quali deve passare la svolta ordinaria di una strada?

Siano (fig. 2) FG, HK, IL le rette r *esima*, $(r+1)$ *esima*, $(r+2)$ *esima* analoghe alle aA, bl, cm, --- della figura antecedente; e saranno M, N i punti r *esimo*, $(r+1)$ *esimo* analoghi agli 1, 2, 3, --- della stessa figura antecedente.

Evidentemente, la proposizione proposta si riduce a trovare quelle funzioni del numero r, che sono le coordinate del punto M.

Tanto in questa proposizione quanto nelle altre, quando non si faranno due speciali dichiarazioni, gli assi delle coordinate saranno le due rette direzioni dei due tronchi rettilinei della strada a raccordarsi, cioè le ECx ---, EAy ---; e per evitare una stucchevole ripetizione, sì le rette che le quantità analoghe, occorrenti più volte, si sottintenderanno denominate similmente.

Si supponga $y=Ex+F$ la equazione della retta --- FG ---, e segata in n parti eguali tanto la AE quanto la EC; e denominisi A, B le lunghezze di queste rette AE, EC, ed a, b quelle delle loro parti, e però $A=na$, $B=nb$.

Essendo pel punto G, la $x=ra$ ed $y=0$, e per l'F la $x=0$ ed $y=(n-r+1)b$, facilmente si trovano

Digitized by Google

$$F=(n-r+1)b,\ E=-\frac{1}{ra}(n-r+1)b;$$

e però la effettiva equazione della retta --- FG --- sarà

$$(1)\ ---\ ary+(n-r+1)bx=ab(n-r+1)r,$$

e quella della --- HK --- la seguente

$$(2)\ ---\ a(r+1)y+(n-r)bx=ab(n-r)(r+1).$$

Si chiamino x_r, y_r le coordinate del punto M, cioè le richieste: esse soddisfanno le due equazioni (1), (2), e però soddisferanno la (1) prima di esse e la seguente

$$(3)\ ---\ ay_r-bx_r=ab(n-2r),$$

che si ha, sottraendo dai membri della (2) i corrispondenti della (1); e conseguentemente sarà

$$(4)\ ---\ x_r=r(r+1)c,\ \text{ed}\ y_r=r(r+1)d+(n+1)(n-2r)d$$

$$\text{ossia}\ y_r=(n-r)(n-r+1)d,$$

$$\text{dove}\ c=\frac{a}{n+1}=\frac{A}{n(n+1)},\ \text{e}\ d=\frac{b}{n+1}=\frac{B}{n(n+1)}.$$

Vale a dire si avrà

$$x_r=\frac{r(r+1)}{n(n+1)}A,\ \text{ed}\ y_r=\frac{(n-r)(n-r+1)}{n(n+1)}B.$$

Corollario. Evidentemente si ha

$HM:HK=x_r:EK$, ed anco $x_r:EK=rc:a=r:n+1$; adunque sarà $HM:HK=r:n+1$, cioè

Digitized by Google

$$(5)\cdots HM=\frac{r}{n+1}HK.$$

Così, per essere $HK:MN=EK:\Delta_r x_r$, ed

$$EK:\Delta_r x_r=a(r+1):2c(r+1)=a:2c=n+1:2,$$

si ha anco $HK:MN=n+1:2$ e però sarà

$$(6)\cdots MN=\frac{2}{n+1}HK.$$

Queste due relazioni (5), (6) danno la seguente $MN=\frac{2}{r}HM$.

Osservazione. Se nei valori (4) si pone $-r$ in vece d'r, si hanno

$$x_{-r}=r(r-1)c;\ y_{-r}=(n+r)(n+r+1)d,$$

che sono le coordinate del punto comune alle due rette seganti il prolungamento della EA alle distanze rb, $(r+1)b$ dal punto A ed il prolungamento della CE alle distanze $(r-1)\,a, ra$ dall'E. Così ponendo $n+r$ in luogo dell'r medesimo, si hanno

$$x_{n+r}=(n+r)(n+r+1)c,\quad y_{n+r}=r(r-1)d,$$

le quali sono le coordinate di quel punto, che è comune alle rette seganti il prolungamento della EC alle distanze ra, $(r+1)a$ dal punto C e quello della AE alle distanze $(r-1)b$, rb dal punto E. Dimodochè, supposto il numero intero r qualunque, le due equazioni (4) si possono ritenere quelle di un poligono di infiniti lati ed aperto verso i prolungamenti delle rette AB, CD.

Il chiarissimo Cavalieri San Bertoli più intento a voler descrivere fatti di costruzione, che diffondersi in complicati calcoli

Digitized by Google

matematici, ecco in qual modo sintetico, c'insegna a trasformare il gomito rettilineo di una svolta in un arco circolare.

Costruzione.

Si prendono sui lati (fig. 1) BX BZ del gomito due segmenti uguali BA, BC e si conduca la retta AC. L'angolo BAC si divida in quante parti si voglia, e sia p. e. ne'quattro angoli eguali BAa, aAb, bAc, cAC, e sia diviso il secondo ne'quattro angoli eguali BCa, aCB, BCY, YCA. Il punto D in cui la linea Aa è tagliata dalla linea CY; il punto E in cui la linea Ab incontra la linea CB, finalmente il punto F in cui s'incontrano Ac, Ca, sono situati sopra un arco circolare a cui sono tangenti ne' punti A. C. i due lati BX, BZ del gomito. Ma tale costruzione però può aver luogo solo ne'casi in cui lo spazio sopra luogo, permette di tagliarsi i lati eguali, o prendersi i punti equi distanti dal vertice dell'angolo formato da'due assi delle strade a congiungersi.

PROPOSIZIONE SECONDA.

Trovare il minimo lato del poligono, una cui parte ha i vertici degli angoli nei punti, pei quali deve passare la svolta della strada, considerata nella proposizione antecedente?

Denominando le rette (fig. 1) $A1$, 12, 23, --- *primo* lato, *secondo* lato, *terzo* lato, --- del poligono, la MN (fig. 2) sarà il lato $(r+1)$ *esimo* di esso: la lunghezza di questo lato si indicherà con l_{r+1}, e le x_r, y_r coordinate del suo primo termine indicheransi per semplicità colle sole x, y.

Evidentemente i valori (4) delle x_r, y_r, trovati nella proposizione antecedente, danno

Digitized by Google

$$\Delta x = 2(r+1)c, \quad \Delta y = 2(r-n)d,$$

ove le differenze si intendano prese rispetto all'r, come la Δ_r, x_r, nel corollario della medesima proposizione antecedente.

Essendo l_{r+1}, Δx, Δy i lati del triangolo, avente l'angolo opposto all'l_{r+1} eguale allo stesso E compreso dalle rette EA, EC, si ha

$$l'_{r+1} = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + 2a\Delta x.\Delta y:$$

dove a è posto per cos.E, ed il terzo termine del secondo membro è preso positivamente, perchè Δy è negativa.

Sostituendo in questa equazione in luogo delle differenze Δx, Δy i loro valori, sopra esposti, si ha

$$l'_{r+1} = 4c^2(r+1)^2 + 4d^2(r-n)^2 + 8acd(r+1)(r-n);$$

e però sarà

$$l'_r = 4(r^2C - 2rD + b^2),$$

posto $C = c^2 + d^2 + 2acd = (A^2 + B^2 + 2ABa):n^2(n+1)^2$,

e $D = (n+1)(d+ca)d = (B+Aa)B:n^2(n+1)$.

Ma pel minimo valore del lato l_r dev'essere

$$l'_r < \text{od} = l'_{r-1}, \text{ ed } l'_r < l'_{r+1};$$

adunque esso corrisponderà a quello del numero r, soddisfacente le due relazioni seguenti

$$r^2C - 2rD + b^2 < \text{od} = (r-1)^2C - 2(r-1)D + b^2,$$
$$r^2C - 2rD + b^2 < (r+1)^2C - 2(r+1)D + b^2,$$

le quali equivalgono alle

Digitized by Google

$$(2r-1)C-2D< \text{ od } =0,\ (2r+1)C-2D>0,$$

che danno

$$r< \text{ od } =\frac{D}{C}+\frac{1}{2},\ \text{ ed } r>\frac{D}{C}-\frac{1}{2},$$

cioè r eguale al numero intero prossimo più di ogni altro al $\frac{D}{C}$. Quindi il minimo lato richiesto e le coordinate dei termini di esso si avranno, sostituendo questo valore dell'r nelle espressioni delle l_r; x_{r-1}, y_{r-1}; x_r, y_r già conosciute.

Osservazione. Se il valore d'r, qui trovato, risultasse negativo ovvero maggiore dell'n, il minimo lato del poligono, di cui si parla, non sarebbe di quelli componenti la sua porzione compresa fra i punti A, C, ma bensì dei componenti quelle sue porzioni, che si sono considerate nella osservazione della proposizione antecedente.

PROPOSIZIONE TERZA.

Trovare il massimo angolo esterno del medesimo poligono contemplato nella proposizione antecedente?

Si chiami v_r (fig. 2) l'ascissa ed u_r l'ordinata del punto M parallele alle rette Ex---, Eu--- fra loro perpendicolari; e β il seno dell'angolo E: così, si denomini μ_{r+1} quell'angolo esterno, che è compreso dal lato l_{r+2} e dal prolungamento dell'l_{r+1}.

Essendo

$$\text{tang.}\mu_{r+1}\Delta=(v\Delta'u-\Delta'v\Delta u):(l'_{r+1}+\Delta v\Delta'v+\Delta u\Delta'u),$$

e $v_r=x_r+ay_r$, $u_r=\beta y_r$, e però

$$\Delta v\Delta^2 u-\Delta^2 v\Delta u=\beta(\Delta x\Delta^2 y-\Delta^2 x\Delta y),$$

$$\Delta v\Delta^2 v+\Delta u\Delta^2 u=\Delta x\Delta^2 x+\Delta y\Delta^2 y+a(\Delta y\Delta^2 x+\Delta^2 y\Delta x),$$

si ha

$$\text{tang.}\mu_{r+1}=\beta(\Delta x\Delta^2 y-\Delta^2 x\Delta y):(l^2_{r+1}+\Delta x\Delta^2 x+\Delta y\Delta^2 y+ a(\Delta y\Delta^2 x-\Delta^2 y\Delta x)).$$

Ma pel poligono attuale sono

$$\Delta x=2(r+1)c,\ \Delta^2 x=2c,\ \Delta y=2(r+1)d-2b,\ \Delta^2 y=2d,$$

per cui risulta

$$\Delta x\Delta^2 y-\Delta^2 x\Delta y=4cd(n+1)=4bc;\ \text{e}$$

$$\Delta x\Delta^2 x+\Delta y\Delta^2 y=4(c^2+d^2)(r+1)-4bd,$$

$$\Delta y\Delta^2 x+\Delta^2 y\Delta x=8cd(r+1)-4bc,\ \text{cioè}$$

$$\Delta x\Delta^2 x+\Delta y\Delta^2 y+a(\Delta y\Delta^2 x+\Delta^2 y\Delta x)=4(c^2+d^2+2cda)(r+1)-4b(d+ca),$$

ossia *eguale* a $4\,((r+1)C-D)$; adunque sarà

$$\text{tang.}\mu_{r+1}=bc\beta:((r+1)^2C+(r+1)(C-2D)+b^2-D)$$

e però

$$\text{tang.}\mu_r=bc\beta:(r^2C+r(C-2D)+b^2-D).$$

Evidentemente il massimo angolo esterno corrisponderà a quel numero r, che renderà minimo il denominatore di questo valore trovato della tang. μ_r, e però a quello che soddisfarà le due relazioni

$$r^2C+r(C-2D)+b^2-D<\text{od}=(r-1)^2C+(r-1)(C-2D)+b^2-D,$$

Digitized by Google

$$r^2C+r(C-2D)+b^2-D<(r+1)^2C+(r+1)(C-2D)+b^2-D,$$

cioè le $r<$ od $=\frac{D}{C}$, $r>\frac{D}{C}-1$ ad esse equivalenti, le quali insegnano, che il massimo angolo μ_r corrisponderà ad r eguale al maggior numero intero di quelli non maggiori di $\frac{D}{C}$. E quindi ponendo questo valore d'r nelle espressioni di tang. μ_r, x_r, y_r, si avrà la grandezza ed il vertice dell'angolo richiesto.

Osservazione. Qui pure, come nella proposizione antecedente, se il valore d'r risultasse negativo o maggiore dell'n, il massimo angolo esterno del poligono non apparterrebbe evidentemente a quella porzione del poligono stesso, che è fra i punti C, A, ma bensì all'una od all'altra delle rimanenti parti di esso medesimo.

PROPOSIZIONE QUARTA.

I vertici degli angoli del poligono contemplato nelle proposizioni antecedenti sono tutti nella parabola conica, la cui equazione fra le x, y, coordinate di essa, riportata agli assi Ex---, Ey--- è la seguente

$$(7)\text{---}\ (Bx-Ay)^2-2\left(1+\frac{1}{n}\right)AB(Ay+Bx)+\left(1+\frac{2}{n}\right)A^2B^2=0.$$

La equazione (3) dà

$$r=\frac{1}{2ab}(bx_r-ay_r+abn) \text{ e però } r+1=\frac{1}{2ab}\left(bx_r-ay_r+ab(n+2)\right);$$

e questi valori dei numeri r, $r+1$, sostituiti nella (4), somministrano fra le x_r, y_r, qualunque sia il numero intero r, la equazione

Digitized by Google

$$4a^2b^2x_r = c(bx_r - ay_r + abn)(bx_r - ay_r + ab(n+2)),$$

che equivale visibilmente tanto alla

$$(bx_r - ay_r + ab(n+1))^2 - 4ab^2(n+1)x_r - a^2b^2 = 0,$$

quanto alla

$$(bx_r - ay_r)^2 - 2ab(n+1)(bx_r + ay_r) + a^2b^2n(n+2) = 0,$$

le quali, per essere $a = \frac{A}{n}$, $b = \frac{B}{n}$, si riducono alle seguenti

$$\left(Bx_r - Ay_r + \left(1+\frac{1}{n}\right)AB\right)^2 - 4\left(1+\frac{1}{n}\right)AB^2x_r - \frac{1}{n^2}A^2B^2 = 0,$$

$$(8)\cdots(Bx_r - Ay_r)^2 - 2\left(1+\frac{1}{n}\right)(Bx_r + Ay_r)AB + \left(1+\frac{2}{n}\right)A^2B^2 = 0.$$

Ma quest' ultima si ottiene anco, ponendo nella (7) in luogo delle x, y rispettivamente x_r, y_r; adunque i punti corrispondenti a queste ultime coordinate, cioè i vertici degli angoli del poligono contemplato nelle proposizioni antecedenti, sono nella parabola rappresentata colla medesima equazione (7): appunto come è dichiarato nella proposizione attuale.

Corollario. I. Facendo $x=0$ nella medesima equazione (7) ovvero nella equivalente

$$(9)\cdots\left(Bx - Ay + \left(1+\frac{1}{n}\right)AB\right)^2 - 4\left(1+\frac{1}{n}\right)AB^2x - \frac{1}{n^2}A^2B^2 = 0,$$

si ha la

$$\left(Ay - \left(1+\frac{1}{n}\right)AB\right)^2 = \frac{1}{n^2}A^2B^2 \text{ ossia } y - \left(1+\frac{1}{n}\right)B = \pm\frac{1}{n}B$$

Digitized by Google

cioè od $y=B$ ovvero $y=B+\frac{2}{n}B$; e però la parabola ---$AMNC$--- rappresentata colla equazione (7) (fig. 3) sega la retta EAy--- nel punto A ed anco in altro punto B della Ay---; il quale è distante dall'A di $\frac{2}{n}B$.

Così, colla stessa equazione (9) facendo $y=o$, si trovano $x=A$, $x=A+\frac{2}{n}A$, i quali valori insegnano, che la medesima parabola sega la retta ECx--- nel punto C ed in altro D, la cui distanza dal medesimo D eguaglia $\frac{2}{n}A$.

Corollario II. Si faccia la retta $AB=\frac{2}{n}B$, la $CD=\frac{2}{n}A$; e si conducano le due AC, BD, che saranno corde della parabola stessa---$AMNC$---e parallele fra loro; giacchè, essendo

$$AB : CD = B : A, \text{ si ha } AB : CD = AE : CE.$$

Per questa proprietà, la retta --- PQ--- condotta pei punti P, Q di mezzo delle AC, BD passerà pel punto E, e sarà diametro dalla parabola. Vale a dire, la parabola, che si terrà, come si fa generalmente, per la svolta della strada, avrà i diametri ed anco l'asse paralleli alla retta EP condotta pel punto E e pel P di mezzo della AC.

Digitized by Google

PROPOSIZIONE QUINTA.

Trovare le direzioni della svolta della strada ai termini di essa?

Nella proposizione antecedente abbiamo veduto, che, eliminando il numero r contenuto esplicitamente nelle due equazioni

$$ay_r - bx_r = ab(n-2r),\ x_r = r(r+1)c,$$

si ottiene la (8); e però, eliminando la quantità t dalle due

$$ay - bx = ab(n-2t),\ x = ct(t+1),$$

o dalle loro equivalenti

$$(10) \cdots x = ct(t+1),\ y = dt^2 + (d-2b)t + bn,$$

si avrà la (7); e conseguentemente la svolta della strada si potrà rappresentare, siccome si farà replicatamente, con queste due equazioni (10), nelle quali vi è la quantità t da eliminarsi. Questa medesima quantità indeterminata si terrà tanto in questa proposizione quanto in altre per la variabile principale.

Si chiamino p, q le coordinate di un punto qualunque della retta tangente la parabola nel punto corrispondente alle x, y.

Essendo

$$x = t(t+1)c;\ y = t^2 d + (d-2b)t + bn$$

e però

$$x' = (2t+1)c,\ y' = 2td + d - 2b,$$

la notissima equazione generale della retta tangente cioè la

$$(q-y)x' - (p-x)y' = 0$$

si riduce

Digitized by Google

$$\left(q-dt^2-(d-2b)t-bn\right)(2t+1)c-\left(p-ct(t+1)\right)(2dt+d-2b)=0;$$

per cui la equazione della tangente la parabola sarà

$$c(2t+1)q-(2dt+d-2b)p=bc(n+2nt-2t^2)$$

ossia

$$(11)\cdots A(2t+1)q-B(2t-2n-1)p=\frac{1}{n}AB(n+2nt-2t^2).$$

Evidentemente, per il punto A si ha $t=0$; e però la equazione della retta toccante la parabola in questo punto cioè la direzione della svolta in questo suo termine sarà quella della retta rappresentata colla equazione

$$(12)\cdots Aq+B(2n+1)p=AB,$$

la quale si ottiene col fare $t=0$ nella (11).

Così, siccome pel punto C della parabola è $t=n$, la toccante la parabola stessa in questo punto, cioè la direzione della svolta in questo punto medesimo, sarà quella della retta $\cdots CS\cdots$, avente per equazione la

$$(13)\cdots A(2n+1)q+Bp=AB,$$

che si ottiene col fare $t=n$ nella stessa (11).

Corollario I. Nella equazione (12) si faccia $q=0$, e si avrà $p=\frac{A}{2n+1}$; e nella (13) facciasi $p=0$, ed avrassi $q=\frac{B}{2n+1}$. Quindi, determinata la retta ER *eguale* alla $(2n+1)$ *esima* parte della EC, e la ES *eguale* alla $(2n+1)$ *esima* parte della EA, ed uuite le rette RA, SC saranno desse le direzioni della svolta della strada nei punti A, C termini di essa medesima.

Digitized by Google

Corollario II. Il triangolo ERA, pel quale si hanno

$$AE=B,\ ER=\frac{A}{2n+1},\ AR=\frac{H}{2n+1},\ \text{dove}$$

$$H=\sqrt{\left(A^2+(2n+1)^2D^2-2aAB(2n+1)\right)},$$

dà $\text{sen}.EAR=\beta\frac{ER}{AR}=\frac{A\beta}{H}$, $\cos.EAR=(B-ER.a):AR$, ossia

$$\cos.EAR=\frac{1}{H}\left((2n+1)B-Aa\right);$$

e però sarà

$$(14)\cdots\cot.EAR=(2n+1)\frac{B}{A\beta}-\cot.E.$$

Con questa equazione si potrà determinare l'angolo fatto dalla svolta della strada nel suo termine A col tronco AB---, già esistente.

Similmente si trova

$$(15)\cdots\cot.ECS=(2n+1)\frac{A}{B\beta}-\cot.E.$$

Queste due equazioni (14), (15) evidentemente danno la seguente proporzione

$$\cot.EAR+\cot.E:\cot.ECS+\cot.E=B^2:A^2.$$

Corollario III. Essendo $Aq+Bp=0$, $A(2t+1)q-B(2t-2n-1)p=0$ le equazioni delle due rette, che passano per la origine delle coordinate, e sono parallele la prima alla---AC---e la seconda alla toccante qualsivoglia della parabola, affinchè questa toccante sia

Digitized by Google

la particolare parallela alla retta --- AC --- la seconda delle medesime due equazioni dovrà essere identica alla prima; e però sarà

$$-\frac{B}{A}=\frac{B}{A}\cdot\frac{2t-2n-1}{2t+1} \text{ cioè } t=\frac{n}{2};$$

e per conseguenza le coordinate del punto di contatto fra la parabola e quest'ultima sua toccante saranno

$$\frac{c}{4}n(n+2),\ \frac{d}{4}n^2-\frac{d}{2}n(2n+1)+bn \text{ ossia } \frac{n+2}{n+1}\cdot\frac{A}{4},\ \frac{n+2}{n+1}\cdot\frac{B}{4}.$$

Evidentemente, il punto corrispondente a queste coordinate sarà quello della svolta della strada, il quale avrà dalla retta --- AC --- una distanza maggiore di quella di ogni altro punto della svolta medesima.

Lo stesso Cavalieri in altro luogo della sua aurea opera, ecco in qual'altro modo colla sintesi rinviene la curva parabolica in un gomito rettilineo, con la seguente costruzione.

Sia XBZ (fig. 12) il gomito rettilineo. Si fissino sui lati BX, BZ i due termini A, e C della risvolta. Si divida la retta BA in quante parti si voglia. Si divida del pari la retta BC. Si congiunghino dai punti A e C ai punti delle parti divise le rette CB, BA, in A, B, Y, a. b. c. I punti d'intersezione D. E. F. sono quelli pe' quali deve passare l'arco parabolico $ADE\ FC$. Quai punti di reciproca intersezione giaceranno sopra di una medesima parabola conica tangente ai due lati BX, BZ del gomito ne' punti A e C.

Da tal costruzione si vede chiaro che quanto è maggiore il numero delle parti, che divide i lati del rettilineo, tanto viene a crescersi l'incurvamento della parabola, nonostante che i punti

Digitized by Google

A. e *B.* per circostanze locali non si potessero prendere equidistanti dall'apice *B.*

Anche gl'igegneri francesi seguendo simili costruzioni senza principî geometrici positivi, ed allontanandosi del tutto dalle teorie delle curve, ecco in qual altro modo costruiscono una risvolta curvilinea in un gomito rettilineo.

Prendan (fig. 13) sopra *HA* il segmento arbitrario *AB* e col centro *A* ed intervallo *AB.* descrivan un'arco circolare *BC*, con la sottesa corrispondente, e congiungan il raggio *AC* il quale si prolunga fino al punto *D*, facendo *CD* eguale a *GA.* Col centro *C* ed intervallo *DA* descrivan del pari un eguale arco *DE*, congiungan la retta *CE* prolungata fino ad *F*, e così fino ad incontrare la linea *HP* nel punto *P.* Se l'incontro dell'ultimo raggio accade nel punto *P* in tale caso essi non ricorran a riformare la costruzione, e tante volte ripetano l'operazione fino a che si verifica l'incontro sudetto. Questa costruzione però guidata solo dal caso non produce che una curva tangente a tutti i vortici di un poligono o regolare o irregolare.

PROPOSIZIONE SESTA.

Trovare le coordinate di quel punto della svolta della strada, il quale è nell'arco sotteso della corda *MN*, lato $(r+1)$ *esimo* del poligono contemplato nelle prime tre proposizioni, ed ha da essa una distanza maggiore di quella di ogni altro punto dell'arco stesso?

Egli è evidente, che il punto, di cui si dimandano le coordinate, sarà quello di contatto fra la parabola e la retta sua tangente parallela alla --- *MN* ---.

La equazione della retta, che passa per la origine delle coor-

Digitized by Google

dinate parallelamente alla tangente qualsivoglia della parabola è, come abbiamo veduto nella proposizione antecedente,

$$A(2t+1)q+B(2n+1-2t)p=0;$$

e quella della passante per la stessa origine e parallela alla retta --- MN ---, nella quale vi è il lato MN del poligono, si desume dalla (2), e risulta la seguente

$$A(r+1)q+B(n-r)p=0;$$

e però, siccome queste due rette debbono coincidere, affinchè sia soddisfatta la proposta proposizione; così la quantità t dovrà soddisfare la equazione

$$\frac{2n+1-2t}{2t+1}=\frac{n-r}{r+1}, \text{ la quale dà } t=r+\frac{1}{2}.$$

Ma per un punto qualunque della parabola si hanno

$$x=t(t+1)c,\ y=(n-t)(n-t+1)d, \text{ ossia}$$

$$x=\left(r+\frac{1}{2}\right)^2c-\frac{c}{4}, \text{ ed } y=\left(n-r+\frac{1}{2}\right)^2d-\frac{d}{4},$$

adunque le coordinate richieste saranno le seguenti

$$x=(r+1)^2c-\frac{c}{4},\ y=(n-r)^2d-\frac{d}{4}.$$

Osservazione I. Si chiamano p_r, q_r le coordinate del punto di mezzo della corda MN.

Essendo

$$2p_r=x_r+x_{r+1},\ 2q_r=y_r+y_{r+1},$$

i valori (4) delle x_r, y_r danno

$$p_r=c(r+1)^2,\ q_r=d(n-r)^2;$$

Digitized by Google

e però, per le speciali coordinate x, y, trovate dianzi, sarà

$$p_r - x = \frac{A}{4} : n(n+1),\ q_r - y = \frac{B}{4} : n(n+1),$$

e conseguentemente

$$\sqrt{\left\{(p_r - x)^2 + 2a(p_r - x)(q_r - y) + (q_r - y)^2\right\}} = \frac{1}{4} L : n(n+1),$$

dove L esprime $\sqrt{(A^2 + B^2 + 2ABa)}$ cioè la retta ET diagonale del parallelogrammo costruito sulle rette EC, EA. Quindi, condotta pel punto di mezzo della corda MN e verso E la retta parallela alla EPT ed uguale alla parte $(2n+1)$ *esima* di una *quarta* parte della ET, nell'altro termine di essa avrassi il punto corrispondente alle coordinate x, y trovate nella proposizione: ciò che è singolare.

Così, eliminando il numero r dalle due equazioni

$$p_r = (r+1)^2 c,\ q_r = (n-r)^2 d,$$

si trova la

$$(Bp_r - Aq_r)^2 - 2\left(1 + \frac{1}{n}\right) AB(Aq_r + Bp_r) + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 A^2 B^2 = 0,$$

la quale insegna, che, i punti di mezzo dei lati del poligono contemplato già più volte, sono in una parabola eguale a quella rappresentata colla (7), e che è dessa tangente a tutti i lati nei punti di mezzo di essi medesimi.

Osservazione II. Approfitto di questa occasione per esporre la proposizione seguente, la quale, oltre avere molta analogia colla qui trattata, interessa in varie circostanze.

Digitized by Google

PROPOSIZIONE SETTIMA.

Trovare un poligono circoscritto ad una parabola data, pel quale sia costante il rapporto di quelle rette parti analoghe componenti ogni suo lato, che hanno per termine comune il punto di contatto fra la parabola ed il lato formato con esse?

La origine delle coordinate sia nel vertice della parabola, l'asse delle ascisse x la toccante di essa in questo punto, e quello delle ordinate y lo stesso asse di essa medesima.

Sia $y=ax^2$ la equazione della parabola; e si chiamino p_r, q_r le coordinate del vertice di quell'angolo del poligono, che è compreso dai lati r, $r+1$ (*esimi*) di esso, ed x_r, y_r quelle del punto di contatto fra il suo lato r *esimo* e la parabola, ed $\frac{m}{n}$ il rapporto costante delle due parti di ogni lato di esso medesimo.

Le coordinate p_r, q_r, come appartenenti al punto comune alle rette tangenti la parabola nei punti corrispondenti alle ascisse x_r, x_{r+1}, hanno le proprietà rappresentate colle equazioni

$$q_r-2ax_rp_r+ax_r^2=0\,,\quad q_r-2ax_{r+1}p_r+ax_{r+1}^2=0,$$

le quali equivalgono evidentemente alle due

$$(16)\cdots 2p_r=x_r+x_{r+1},\quad (17)\cdots q_r=ax_rx_{r+1}.$$

Così, le due parti del lato r *esimo* del poligono comprese fra i punti corrispondenti alle ascisse p_r, x_r, p_{r+1} hanno fra loro

Digitized by Google

il rapporto $\frac{m}{n}$ al pari delle due parti analoghe di qualunque altro lato di esso; e però ha luogo la proporzione

$$x_{r+1}-p_r : p_{r+1}-x_{r+1}=m:n,$$

la quale dà

$$(18)\cdots(m+n)x_{r+1}=mp_{r+1}+np_r.$$

Dimodochè le quattro coordinate x_r, y_r, p_r, q_r sono tali funzioni del numero r, che soddisfanno, oltre la equazione $y_r=ax^2_r$, le tre (16), (17), (18) qui trovate.

Eliminando la p_r dalle due equazioni (16), (18), si trova la

$$mx_{r+2}-mx_{r+1}-nx_{r+1}+nx_r=0 \text{ ossia } \Delta(mx_{r+1}-nx_r)=0,$$

che dà $mx_{r+1}-nx_r=A$; e questa somministra

$$x_r=A+B\left(\frac{n}{m}\right)^r,$$

dove A B esprimono due costanti arbitrarie, anzi quest'ultima A è posta in vece della A antecedente *divisa* per $m-n$.

Il valore della x_r posto nelle equazioni (16), (17), $y_r=ax^2_r$, dà le seguenti

$$(19)\cdots p_r=A+\frac{m+n}{2m}B\left(\frac{n}{m}\right)^r,$$

Digitized by Google

$$(20)\cdots q_r = a\left(A + B\left(\frac{n}{m}\right)^r\right)\left(A + \frac{n}{m}B\left(\frac{n}{m}\right)^r\right),$$

$$y_r = a\left(A + B\left(\frac{n}{m}\right)^r\right)^2,$$

di cui le (19), (20) esprimono le coordinate od equazioni del poligono richiesto; e con esse si possono dimostrare facilmente le proprietà tutte del poligono medesimo.

Corollario I. Ponendo nella equazione (20) in luogo di $B\left(\frac{n}{m}\right)^r$ il suo valore $\frac{2m}{m+n}(p_r - A)$, cavato dalla (19), si ha la

$$q_r = a\left(A + \frac{2m}{m+n}(p_r - A)\right)\left(A + \frac{2n}{m+n}(p_r - A)\right)$$

ossia la seguente

$$(m+n)^2 q_r + aA^2(m-n)^2 - 2aA(m-n)^2 p_r - 4amnp_r^2 = 0,$$

la quale esprime, che i vertici degli angoli del poligono sono anch'essi in una parabola conica; dimodochè, il poligono di cui si parla, e circoscritto ad una parabola ed inscritto in un'altra.

Evidentemente, queste due parabole hanno gli assi fra loro paralleli, e distanti l'un dall'altro di $-(m-n)^2 A : 4mn$.

Osservazione. Nel caso di $m=n$, in vece della equazione (18) si ha la $2x_{r+1} = p_r + p_{r+1}$, la quale combinata con la (16) dà

$$4x_{r+1} = 2x_{r+1} + x_r + x_{r+2} \quad \text{ossia } \Delta^2 x_r = 0,$$

Digitized by Google

e però $x_r = Ar + B$, ove A, B esprimono due costanti; e quindi

$$\text{sarà } y_r = a(Ar+B)^2,\ p_r = Ar + B + \frac{1}{2}A,$$

$$\text{e } q_r = a\left(Ar + B + \frac{1}{2}\right)^2 - a\frac{A}{4}.$$

Questo poligono è inscritto nella parabola, le cui coordinate p, q hanno la relazione $q = ap^2 - a\frac{A^2}{4}$, per cui essa uguaglia evidentemente la stessa data, ciò che si accorda coll'ultima dichiarazione fatta nella osservazione della proposizione antecedente.

PROPOSIZIONE OTTAVA

Trovare il punto della svolta di una strada, dove essa riescirà incurvata più che in qualunquo altro punto di essa medesima?

Si ritenga la parabola espressa colle due equazioni

$$x = ct(t+1),\ y = dt(t+1) - 2bt + bn,$$

già usate nella proposizione quinta; ed indicate colle v, u, come nella proposizione seconda, le coordinate rettangole dello stesso punto corrispondente alle x, y in generale obblique cioè sia $v = x + y\,\alpha$, $u = y\beta$,; e si chiami R il raggio di curvatura della parabola e corrispondente alle stesse coordinate v, u.

Essendo

$$R = -\frac{(v'^2 + u'^2)^{\frac{3}{2}}}{v'u'' - u'v''}$$

Digitized by Google

ove le derivate sono rispetto alla t, e $v'=x'+a\,y'$, $u'=\beta y'$ $v''=x''+ay''$, $u''=\beta y''$, si ha

$$R=(x'^2+y'^2+2x'y'a)^{\frac{3}{2}}:\beta(x''y'-x'\,y'').$$

Ma $x'=(1+2t)\,c$, $y'=(1+2t)\,d-2b$, $x''=2c$, $y''=2d$, e però

$$x''y'-x'y''=4bc,$$

$$x'^2+y'^2+2x'y'a=(2t+1)^2c^2+(2t+1)^2d^2+2cda(2t+1)^2-4b(ca+d)$$
$$(2t+1)+4b,$$

cioè $x'^2+y'^2+2ax'y'=Ht^2-2Mt+N$,

dove $H=4C$, $M=4D-2C$, ed $N=C-4D+4b^2$; adunque sarà

$$R=\frac{1}{4bc\beta}(Ht^2-2Mt+N)^{\frac{3}{2}} \text{ ovvero } R=\frac{\varphi^{\frac{3}{2}}}{4bc\beta}$$

posto $\varphi=Ht^2-2Mt+N$.

Siccome la massima incurvatura della svolta corrisponde al minimo valore del raggio R, così essa corrisponderà al valore della t, che renderà minima la funzione $\varphi(t)$ cioè al $t=\frac{M}{H}$. Ma questo valore della t dà

$$\varphi\left(\frac{M}{H}\right)=\frac{1}{H}(HN-M^2);$$

e per essere

$$H=4C,\ M=2(2bh-C),\ \text{ed}\ N=C+4(b-h)b,\ \text{dove}\ h=d+ca,$$

si ha $HN-M^2=16b^2(C-h^2)=16b^2c^2\beta^2$;

Digitized by Google

adunque il minimo valore del raggio R, che denominerassi Q_n, sarà $2b^2c^2\beta^2 : C^{\frac{3}{2}}$.

Ponendo in questa espressione del Q_n in luogo delle quantità b, c, $C^{\frac{3}{2}}$; i loro valori

$\frac{B}{n}$, $\frac{A}{n(n+1)}$, $\frac{L}{n(n+1)}$, risulta

$$(21) \cdots Q_n = 2\beta^2 \frac{A^2B^2}{L^3}\left(1+\frac{1}{n}\right).$$

Ora passo a trovare i valori di quelle coordinate x, y della parabola, le quali corrispondono al $t=\frac{M}{H}$, che saranno evidentemente le coordinate del punto richiesto vertice della parabola stessa, della quale è porzione la svolta della strada.

Per essere $x=c(t+1)t$, hassi $x=\frac{M}{H^2}(M+H)\,c$; ma è

$$M+H=2(2bh+C) \text{ e però } M(M+H)=4(4b^2h^2-C^2);$$

e per tanto pel vertice sarà

$$x=\frac{c}{4C^2}(4b^2h^2-C^2)=\frac{b^2c^2h^2}{C^2}-\frac{c}{4}, \text{ cioè}$$

$$(22) \cdots x=\frac{AB^2}{L^3}(B+Aa)^2\left(1+\frac{1}{n}\right)-\frac{\frac{1}{4}A}{n(n+1)},$$

Digitized by Google

giacchè è $c=\frac{A}{n(n+1)}$, $C=\frac{L^2}{n^2(n+1)^2}$ ed $h=\frac{B+Aa}{n(n+1)}$.

Similmente trovasi

$$(23)\cdots y=\frac{A^2B}{L^4}(A+Ba)^2\left(1+\frac{1}{n}\right)-\frac{\frac{1}{4}B}{n(n+1)}.$$

Corollario I. Si compiscano, il parallelogrammo $AECT$ (fig. 4) ed i rettangoli $CVXT$, $AZYT$; e si ponga l' angolo $CET=\lambda$, e l' $AET=\delta$: evidentemente si hanno

$$ET=L,\ EZ=Ba,\ EV=Aa,\ EX=B+Aa,\ EY=A+Ba,$$

ed anco

$$\frac{B}{L}=\frac{\text{sen.}\lambda}{\beta},\ \frac{A}{L}=\frac{\text{sen.}\delta}{\beta},\ \frac{A+Ba}{L}=\cos.\lambda,\ \frac{B+Aa}{L}=\cos.\delta.$$

Con queste relazioni le eqnazioni o formole (21), (22), (23), agevolmente si riducono alle

$$Q_n=2\left(1+\frac{1}{n}\right)A.\frac{1}{\beta}\text{sen.}\delta\,\text{sen.}^2\lambda,$$

$$x=\frac{A}{n}\left(\frac{n+1}{\beta^2}\cos.^2\delta\,\text{sen.}^2\lambda-\frac{1}{4(n+1)}\right),$$

$$y=\frac{B}{n}\left(\frac{n+1}{\beta^2}\text{sen.}^2\delta\cos.^2\lambda-\frac{1}{4(n+1)}\right).$$

Così, posto $EV=k$, $EZ=i$, $CV=h$, $\frac{1}{2}L=g=EP$, le stesse equazioni (21), (22), (23) danno le seguenti

$$Q_n=\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{h^2B}{g^3},$$

Digitized by Google

$$x=\frac{A}{16n}\left((n+1)\frac{(B+k)^2}{g^4}B^2-\frac{4}{n+1}\right),$$

$$y=\frac{B}{16n}\left((n+1)\frac{A^2}{g^4}(A+i)^2-\frac{4}{n+1}\right),$$

le quali non contengono funzioni trigonometriche.

Corollario. II. Si chiamino P, Q, le coordinate dell'asse della parabola: esso deve passare pel punto corrispondente alle x, y, trovate qui sopra, e pel corollario secondo della proposizione quarta dev'essere parallelo alla retta ET; e però avrà luogo la proporzione

$$Q-y:P-x=B:A;$$

e conseguentemente la equazione di esso sarà

$$AQ-BP=Ay-Bx;$$

cioè pei valori delle x, y, trovati nella proposizione, sarà

$$AQ-BP=\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{A^2B^2}{L^4}(A^2-B^2)\beta^2,$$

e pei primi, trovati nel corollario antecedente, sarà in vece

$$AQ-BP=\left(1+\frac{1}{n}\right)AB\frac{1}{\beta}\,\text{sen.}(\delta-\lambda).$$

Osservazione. Dalle espressioni valori del Q_n, qui sopra esposte, risulta che esso si impiccolisce collo aumentare il numero n, per cui, aumentando questo numero, si conseguirà bensì con maggiore esattezza la linea della svolta della strada, ma si aumenterà la massima piegatura della svolta medesima; e però interessante può riescire la proposizione seguente.

Digitized by Google

PROPOSIZIONE NONA.

Trovare il più grande valore del numero n, che dà il corrispondente valore del raggio Q_n, minore di un dato V, riconosciuto necessario per la svolta della strada, avuto riguardo agli sterzi delle vetture e dei carri?

Per la eguaglianza (21) essendo $Q_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right) P$, dove P esprima la quantità $2\beta^2 \frac{A'B'}{L^3}$ indipendentemente dall' n, il valore richiesto dovrà soddisfare le due relazioni

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right) P > \text{od} = V, \quad \left(1 + \frac{1}{n+1}\right) P < V,$$

che equivalgono alle

$$1 + \frac{1}{n} > \text{od} = \frac{V}{P}, \quad 1 + \frac{1}{n+1} < \frac{V}{P}$$

e però alle seguenti

$$n < \text{od} = \frac{P}{V-P}, \quad \text{ed} \quad n > \frac{P}{V-P} - 1,$$

le quali insegnano, che il numero intero, valore richiesto dall'n, dev' essere il più grande di quelli che non saranno maggiori del $\frac{P}{V-P}$.

Osservazione. Evidentemente, il più piccolo valore del Q_n corrisponde al più grande dell'n cioè ad $\frac{1}{n} = 0$ ed è P ossia

Digitized by Google

$2\frac{A^2B^2}{L^3}\beta^2$; ed il più grande corrisponde al più piccolo del numero n cioè ad $n=2$ ed è $\frac{3}{2}P$, vale a dire *tre metà* dell'antecedente.

PROPOSIZIONE DECIMA.

Dato il punto di uno dei due tronchi rettilinei di una strada nel quale si deve cominciare la sua svolta; trovare quello dell'altro tronco rettilineo di essa, nel quale si debba terminare la svolta, affinchè la sua massima incurvatura riesca minore di quella di ogni altra svolta determinabile analogamente?

La svolta si deve cominciare nel punto C del tronco rettilineo CD - - -; e si ritenga $EC=A$, sen.$E=\alpha$, cos.$E=\beta$; e chiamisi x la distanza dal punto E al richiesto nel tronco AB; e pongasi

$$x^2+2Aax+A^2=L^2, \quad \text{ed} \quad \frac{x^2}{L^2}=\varphi(x).$$

Essendo

$$Q_n=2\beta^2\left(1+\frac{1}{n}\right)A^2\varphi(x),$$

il punto richiesto corrisponderà al valore della x, che renderà massima

$$\varphi(x)=\frac{x^2}{L^2}.$$

Facilmente si trovano

$$\varphi'(x)=\frac{x}{L^2}\xi(x), \quad \varphi''(x)=\left(\frac{x}{L^2}\right)'\xi(x)+\frac{x}{L^2}\xi(x),$$

Digitized by Google

dove $\xi(x)=2A^2+Aax-x^2$, e però $\xi'(x)=Aa-2x$.

Quindi il valore della x, corrispondente al punto richiesto, sarà quello soddisfacente la equazione

$$\xi(x)=0 \text{ cioè la } x^2-Aax-2A^2=0,$$

la quale sciolta rispetto alla x, ed omesso il valore negativo, dà

$$x=\frac{A}{2}\left(a+\sqrt{(a^2+8)}\right).$$

Questo valore della x corrisponde effettivamente ad un massimo del Q_n giacchè la medesima equazione $\xi(x)=0$ riduce

$$\varphi''(x)=\frac{x}{L^5}\xi'(x)=-\frac{1}{L^5}(2A^2+x^2)$$

quantità *negativa*; e somministra

$$\varphi=\frac{\psi(a)}{3A\sqrt{6}} \text{ dove } \psi(a)=\left(a+\sqrt{(a^2+8)}\right)^2:\left(2+a^2+a\sqrt{(a^2+8)}\right)^{\frac{3}{2}};$$

per cui il minimo valore assoluto del Q_n sarà

$$\frac{A}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)\psi(a).\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Corollario Essendo $Q_n=\frac{A}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)\psi(a).\sqrt{\frac{2}{3}}$, risulta, che i valori del Q_n corrispondenti a diversi valori della A saranno a questi ordinatamente proporzionali; risultamento interessante, giacchè in generale neppure il punto C è individuato.

Digitized by Google

Osservazione I. Il valore della x dato dalla equazione $x^2 - Aax - 2A^2 = 0$ o dalla sua equivalente $\left(x - \frac{1}{2}Aa\right)^2 = 2A^2 + \frac{1}{4}A^2a^2$, si può determinare graficamente colla regola seguente.

Si faccia Ea (fig. 5) perpendicolare ed eguale alla EC, e dal punto b di mezzo della EC conducasi cd perpendicolare alla Ey ed eguale alla Ca; indi facciasi cf eguale alla Ed; e sarà Ef la x richiesta.

Di fatto, si ha $(Ef - fc)^2 = (Ec)^2 = (cd)^2 + (Ed)^2 = (aC)^2 + (Eb)^2 a^2$ cioè

$$(Ef - fc)^2 \text{ ossia } \left(Ef - \frac{1}{2}Aa\right)^2 = 2A^2 + \frac{1}{4}A^2a^2$$

e conseguentemente Ef *eguale* appunto alla x.

Osservazione II. Se la retta Ef ossia l'x risultasse minore del prolungamento della BA cioè di B, converrebbe terminare la svolta nello stesso termine A del tronco rettilineo AB - - - .

PROPOSIZIONE UNDECIMA.

Trovare quella svolta AMC (fig. 6) parabolica della strada - - - $BAMCD$ - - - , che è tangente ai tronchi rettilinei AB - - -, CD - - - nei punti dati A, C?

La parabola si riferisca agli assi Ex - - - , Ey - - - ; e si rappresenti colla equazione

$$(24) \cdots (y + Ex)^2 + 2Fy + 2Gx - H = 0:$$

si debbano determinare i coefficienti E, F, G, H in modo, che essa riesca tangente agli assi Ex - - - , Ey - - - nei punti C, A.

La equazione derivata esatta della (24) evidentemente è la

Digitized by Google

$$(25)\cdots(y+Ex)(y'+Ex')+Fy'+Gx'=0,$$

qualunque sia la variabile principale.

Nelle equazioni (24), (25) si pongano i valori delle x, y, y' corrispondenti al punto C, cioè vi si faccia $x=A$, $y=0$, $y'=0$; e si avranno le due

$$A^2E^2+2AG-H=0,\quad AE^2+G=0:$$

nelle stesse (24), (25) si faccia anco $x=0$, $y=B$, $x'=0$, che sono i valori delle x, y, x' corrispondenti al punto A; e si avranno le

$$B^2+2BF-H=0,\quad B+F=0.$$

Queste quattro equazioni ottenute, che rappresentano le proprietà pei coefficienti E, F, G, H, affinchè la parabola sia la richiesta, danno visibilmente

$$F=-B\,,\ H=-B^2,\ G=-\frac{B^2}{A},\ \text{ed}\ E=\pm\frac{B}{A};$$

e però la effettiva equazione della parabola stessa sarà

$$\left(y\pm\frac{B}{A}x\right)^2-2By-2\frac{B^2}{A}x+B^2=0$$

cioè la seguente

$$(26)\cdots(Ay-Bx)^2-2AB(Ay+Bx)+A^2B^2=0:$$

si è qui ommesso il segno *positivo* comparso pel coefficiente E, giacchè se esso si ritenesse, la equazione risultante esprimerebbe la retta $\cdots AC\cdots$ e non la parabola.

Corollario. La equazione (26), essendo equivalente alla

$$(Bx-Ay+AB)^2=4B^2Ax,$$

Digitized by Google

si riduce facilmente alla $Bx-Ay+AB=2B\sqrt{Ax}$, ed anco alla seguente

$$\sqrt{Ay}+\sqrt{Bx}=\sqrt{AB};$$

e però la equazione fra le p, q, coordinate della retta $\cdots TQ\cdots$, tangente la svolta parabolica nel punto corrispondente alle x, y sarà

$$q\sqrt{Ax}+p\sqrt{By}=y\sqrt{Ax}+x\sqrt{By},$$

la quale dà

$$EQ=\frac{1}{B}(Bx+\sqrt{ABxy}),\quad \text{ed}\quad AT=\frac{1}{A}(AB-Ay-\sqrt{ABxy})\ \text{ossia}$$

$$AT=\frac{1}{A}(Bx+\sqrt{ABxy});$$

giacchè dalla equazione

$$(\sqrt{Bx}+\sqrt{Ay})^2=AB$$

della parabola emerge

$$AB-Ay-\sqrt{ABxy}=Bx+\sqrt{ABxy}.$$

Quindi avrassi

$$EQ:AT=\frac{1}{B}:\frac{1}{A}=A:B.$$

Similmente, si dimostra che sta

$$MT:QT=AT:AE=EQ:EC.$$

Osservazione I. Da queste ultime due proprietà della parabola si desume facilmente, come caso particolare, la regola se-

Digitized by Google

guente per trovare più punti della attuale svolta parabolica di una strada.

Si trovi 1 (fig. 7) punto di mezzo della retta EA ed il 2 punto di mezzo della EC; indi il 3 di mezzo della retta 12, e questo sarà un punto della svolta, anzi un punto di contatto di essa colla retta 12. Così si trovano 4, 5, 6, 7 punti di mezzo ordinatamente delle rette 13, 1A, 2C, 23, e poi gli 8, 9 di mezzo delle 45, 67, e questi saranno altri due punti della svolta, anzi saranno anche essi punti di contatto tra essa medesima e le rette 45, 67. Similmente procedendo, si potranno determinare quanti punti si vorranno dalla stessa svolta attuale.

Osservazione II. Paragonando la equazione (26) alla (7) si comprende, che la prima emerge dalla seconda col porre in questa *zero* in vece di $\frac{1}{n}$ cioè col farvi n infinito; e però la parabola contemplata in questa proposizione sarà l'ultima della serie di quelle contemplate nella proposizione quarta, ritenuta per prima di quelle la corrispondente all'$n=2$ cioè quella rappresentata colla equazione

$$(27)\cdots(Bx-Ay)^2-3AB(Ay+Bx)+2A^2B^2=0,$$

la quale si ha col porre $n=2$ nella stessa (7). Dimodochè, tutte le svolte paraboliche, ottenibili colla regola esposta al principio di questa Nota, saranno tra mezzo a quelle appartenenti alle parabole rappresentate colle equazioni (26), (27).

Osservazione III. Siccome la svolta rappresentata colla equazione (26) è il caso di $\frac{1}{n}=0$ di quella rappresentata colla (7); così, credo superflua la esposizione della proprietà della prima, giacchè si possono desumere immediatamente dalle analoghe

Digitized by Google

della seconda, col porre *zero* in vece di $\frac{1}{n}$: non voglio ommettere però la relazione seguente, che è utile ed anco singolare.

Il minimo raggio di curvatura di quella parabola, che è rappresentata colla equazione (26), si chiama P: essendo P il valore di

$$Q_n = 2\,\frac{A'B'}{L^3}\left(2+\frac{1}{n}\right)\beta^2$$

corrispondente ad $\frac{1}{n}=0$, si avrà $P=2\frac{A'B'}{L^3}\beta^2$; e però sarà

$$Q_n = P + \frac{1}{n}\,P,$$

cioè il minimo raggio di curvatura della parabola, descritta in parte col segare le rette EA, EC ciascuna in n parti eguali, sarà eguale al P, minimo raggio dell'ultima parabola contemplata, *più* la n *esima* parte di questo medesimo raggio.

Osservazione IV. Talvolta, sia per la posizione dei tronchi AB---, CD--- della strada o per quella dei semplici loro termini A, C, ovvero pel numero n, il vertice della parabola, della quale dev'essere parte la svolta della strada, non risulta nella svolta medesima; e però reputo interessante la seguente proposizione.

Digitized by Google

PROPOSIZIONE DODICESIMA.

Quali sono le condizioni o proprietà, che si debbono verificare, affinchè il vertice della parabola, alla quale appartiene la svolta della strada sia nella svolta medesima?

Comincio col caso di $\frac{1}{n}=0$, cioè dalla svolta contemplata nella proposizione antecedente.

Dalle equazioni (22), (23) si hanno pel vertice di questa parabola

$$x=\frac{A}{L^4}(B^2+ABa)^2, \quad y=\frac{B}{L^4}(A^2+ABa)^2;$$

ma affinchè il vertice cada effettivamente nella svolta, dev' essere $x<A$ ed $y<B$; adunque dovranno essere soddisfatte le due relazioni seguenti

$$\frac{A}{L^4}(B^2+ABa)^2<A\,,\ \frac{B}{L^4}(A^2+ABa)^2<B,$$

ossia le

$$B^2+ABa<A^2+2ABa+B^2\,,$$

$$A^2+ABa<A^2+2ABa+B^2\,;$$

cioè dovrà essere $A+Ba>0$ ed anco $B+Aa>0$: condizioni, le quali avranno sempre luogo, quando l'angolo E sia acuto o retto.

Pel caso della parabola rappresentata colla equazione (7), essendo per il vertice

$$x=\frac{A}{L^4}(B^2+ABa)^2\left(1+\frac{1}{n}\right)-\frac{\frac{1}{4}A}{n(n+1)},$$

Digitized by Google

$$\text{ed } y=\frac{B}{L^4}(A^2+ABa)^2\left(1+\frac{1}{n}\right)-\frac{\frac{1}{4}B}{n(n+1)};$$

le due relazioni a soddisfarsi saranno evidentemente

$$(B^2+ABa)^2<\left(\frac{2n+1}{2n+2}\right)^2L^4,\quad (A^2+ABa)^2<\left(\frac{2n+1}{2n+2}\right)^2L^4$$

le quali si riducono con facilità alle seguenti

$$2A(A+Ba)>\frac{1}{n}(B^2-A^2),\quad 2B(B+Aa)\frac{1}{n}(A^2-B^2).$$

Osservazione I. Mancando le condizioni qui esposte, il vertice della parabola, alla quale apparterrà la svolta della strada, non sarà nella svolta medesima; e però il minimo valore del raggio R, interessante in tal caso, corrisponderà all' uno od all' altro termine della svolta stessa; e conseguentemente esso si avrà, facendo $t=o$ ovvero $t=n$ nella espressione

$$(Ht^2-2Mt+N)^{\frac{3}{2}}:4bc\beta,$$

trovata nella proposizione ottava.

In questo caso medesimo riesciranno utili manifestamente le proprietà esposte nei due primi corollarî della proposizione quinta.

Osservazione II. Quando il minimo raggio di curvatura di quella svolta parabolica di una strada, che è tangente nei suoi estremi ai due tronchi rettilinei della strada medesima fosse per riescire sufficientemente grande per le voltate delle vetture, essa si dovrebbe preferire all' altra, giacchè la strada risultante non avrebbe angolosità neppure ai termini della svol-

Digitized by Google

ta ; ma siccome la sua determinazione riesce assai più complicata dell'altra, cioè di quella indicata al principio di questa Nota, così molti pratici per questo unico motivo preferiscono quest' ultima ad essa ; e pertanto utile può riescire per essi la seguente proposizione.

PROPOSIZIONE TREDICESIMA.

Trovare, colla regola esposta al principio di questa Nota, la svolta parabolica AMC (fig. 8) tangente ai tronchi rettilinei AB---, CD--- di una strada nei punti A, C?

Si conduca la retta---$EWPT$---pel punto P di mezzo della AC, e pel W comune ai prolungamenti delle BA, DC: si faccia WE eguale alla n *esima* parte della WP, e conducansi le EAb---, ECd---; indi si trovi la svolta, colla regola esposta al principio di questa Nota, dividendo le rette EA, EC in n parti eguali, e nella ipotesi che i tronchi rettilinei, là chiamati AB---, CD---, siano qui gli Ab---, Cd---; e questa sarà la svolta richiesta, vale a dire parabolica e tangente nei punti A, C alle AB---, CD--- attuali tronchi rettilinei della strada.

Si compisca il parallelogrammo $EATC$.

Essendo $EW=\frac{1}{n}WP$, e $PT=EP$, si ha $WT=\frac{1}{n}(2n+1)WP$

e però

$$WT : WE = 2n+1 : 1.$$

Ma evidentemente è $WT : WE = A$ ossia $EC : ER$; adunque sarà

Digitized by Google

$$EC : ER = 2n+1 : 1 \quad \text{cioè} \quad ER = \frac{1}{2n+1} EC.$$

Così, per essere $WT : WE = CT$ ossia $EA : ES$ hassi pure

$$EA : ES = 2n+1 : 1, \text{ e per tanto } ES = \frac{1}{2n+1} EA.$$

Quindi, pel corollario primo della proposizione quinta, la parabola descritta colla regola dianzi indicata, sarà tangente alle rette RAB---, SCD --- nei loro punti A, C; e conseguentemente sarà dessa la richiesta.

PROPOSIZIONE QUATTORDICESIMA.

Trovare quel punto di uno dei due tronchi rettilinei di una strada, nel quale vi dovrà essere tangente quella svolta parabolica, che deve passare per un punto dato ed essere tangente all' altro tronco rettilineo in un punto pure dato?

Ritengo le denominazioni e la figura usate per la proposizione undicesima; e suppongo che, la svolta debba essere tangente in C al tronco CD---, e passare pel punto corrispondente alle coordinate $x=a$, $y=b$; e la soluzione della proposizione si ridurrà a trovare il punto della retta EA ---, ove dessa sarà toccata dalla svolta parabolica.

La distanza del punto richiesto dall'E si chiami z; e si sostituiscano a, b, z in vece delle x, y, B nella equazione.

$$\sqrt{Ay} + \sqrt{Bx} = \sqrt{AB},$$

esposta nel corollario della proposizione undicesima; e si avrà la

$$\sqrt{bA} + \sqrt{az} = \sqrt{Az}, \text{ la quale dà } \sqrt{z} = \frac{\sqrt{Ab}}{\sqrt{A} - \sqrt{a}}$$

Digitized by Google

e però $z=\frac{Ab}{(\sqrt{A}-\sqrt{a})^2}$.

Evidentemente, affinchè la svolta tocchi il tronco di strada AB---, dovendo essere $z>$ od$=B$, si dovrà verificare la relazione seguente

$$Ab>\text{od}=B(\sqrt{A}-\sqrt{a})^2.$$

PROPOSIZIONE QUINDICESIMA.

Trovare la svolta parabolica di una strada, la quale debba essere tangente ai due tronchi rettilinei della strada medesima, e passare per due punti dati?

Si chiamino a, b; a', b' le coordinate dei due punti dati, ed u, z le distanze dal punto E di quei due punti delle rette EC---, EA---, dove la svolta richiesta dovrà essere tangente a queste medesime due rette.

Nella medesima equazione

$$\sqrt{Ay}+\sqrt{Bx}-\sqrt{AB}=0,$$

esposta nel corollario della proposizione undicesima, si pongano separatamente u, z, a, b ed u, z, a', b' in luogo della quantità A, B, x, y; e si avranno le due

$$\sqrt{bu}+\sqrt{az}-\sqrt{uz}=0,$$

$$\sqrt{b'u}+\sqrt{a'z}-\sqrt{uz}=0$$

a soddisfarsi colle u, z richieste.

Eliminando $\sqrt{uz}$ da queste due equazioni, si ha la

$$(\sqrt{b'}-\sqrt{b})\sqrt{u}+(\sqrt{a'}-\sqrt{a})\sqrt{z}=0$$

Digitized by Google

$$\text{ossia} \quad \sqrt{u}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a'}}{\sqrt{b'}-\sqrt{b}}\sqrt{z},$$

la quale riduce la prima o l' equivalente

$$(\sqrt{a}-\sqrt{u})\sqrt{z}+\sqrt{b}.\sqrt{u}=0 \text{ alla } \sqrt{ba'}-\sqrt{ab'}+(\sqrt{a}-\sqrt{a'})\sqrt{z}=0,$$

che dà $\sqrt{z}=\frac{\sqrt{ab'}-\sqrt{a'b}}{\sqrt{a}-\sqrt{a'}}$; e però sarà $\sqrt{u}=\frac{\sqrt{ab'}-\sqrt{a'b}}{\sqrt{b'}-\sqrt{b}}$,

$$\text{cioè } u=\frac{1}{n^2}(n\sqrt{a}+m\sqrt{b})^2, \text{ e } z=\frac{1}{m^2}(n\sqrt{a}+m\sqrt{b})^2,$$

dove $m=\sqrt{a}-\sqrt{a'}$, ed $n=\sqrt{b'}-\sqrt{b}$. Vale a dire, la svolta parabolica richiesta sarà quella, la quale riescirà tangente alle rette EC---, EA--nei punti aventi dal punto E distanze eguali ai valori delle u, z, qui trovati; e conseguentemente essa avrà per equazione

$$m\sqrt{y}+n\sqrt{x}=m\sqrt{b}+n\sqrt{a}.$$

Anco per questa proposizione, affinchè la svolta tocchi effettivamente i tronchi CD---, AB---, dovrà essere il valore della u non minore della A e quello della z non minore della B.

PROPOSIZIONE SEDICESIMA.

Fra le svolte parabolìche tangenti ai due tronchi rettilinei di una strada, trovare la perpendicolare ad una retta data, ed anco la tangente ad una retta pure data?

Sì l'una che l'altra svolta richiesta si terrà per conosciuta, quando si conosceranno i punti nei quali dovranno essere tangenti ai due tronchi rettilinei della strada.

Comincio a trovare la prima. Riportata la retta data, cioè quella alla quale dev'essere perpendicolare la svolta richiesta, ai soliti due assi, sia rappresentata colla equazione $q=ap+b$,

Digitized by Google

dove p, q esprimono l'ascissa e l'ordinata di un punto qualunque di essa.

La equazione $\sqrt{Ay}+\sqrt{Bx}-\sqrt{AB}=0$ della parabola dà

$$y'=-\frac{B}{A}\sqrt{\frac{Ay}{Bx}};$$

ma affinchè la svolta sia perpendicolare alla retta data, dev'essere

$$1+a\alpha+(a+\alpha)y'=0,$$

e le x, y debbono soddisfare la equazione della retta medesima; adunque le x, y coordinate del punto comune alla parabola richiesta ed alla retta data, insieme ai parametri A, B soddisferanno le tre equazioni seguenti

$$0=\sqrt{Ay}+\sqrt{Bx}-\sqrt{AB},$$

$$0=B(a+\alpha)\sqrt{Ay}-A(a\alpha+1)\sqrt{Bx},$$

$$0=y-ax-b.$$

Le prime due danno

$$\sqrt{Bx}=B(a+\alpha)\sqrt{AB}:\big((a+\alpha)B+A(a\alpha+1)\big),$$

$$\sqrt{By}=A(a\alpha+1)\sqrt{AB}:\big((a+\alpha)B+A(a\alpha+1)\big),$$

e però $x=B^2A(a+\alpha)^2:\big((a+\alpha)B+A(a\alpha+1)\big)^2$,

ed $y=A^2B(a\alpha+1)^2:\big((a+\alpha)B+A(a\alpha+1)\big)^2$,

valori i quali, sostituiti nella terza delle medesime equazioni, somministrano la (28) $\cdots$ $(1+a\alpha)^2BA^2-a(a+\alpha)^2AB^2-b$

$$\big((a+\alpha)B+A(1+a\alpha)\big)^2=0,$$

Digitized by Google

che rappresenta la relazione necessaria dei soli parametri A, B, affinchè la parabola sia la richiesta; e con essa si potrà determinarne uno, purchè si conosca l'altro di essi medesimi; e quindi rimarrà individuata la svolta qui richiesta.

Passo a trovare la seconda, cioè quella che dev'essere tangente ad una retta data, la quale supporrò rappresentata colla equazione $cq+dp=cd$, dove c, d esprimono le parti degli assi delle p, q intercette tra essa e la origine delle medesime coordinate p, q.

Affinchè la svolta sia tangente a questa retta, dovrà essere $y'=-\frac{d}{c}$; e però le coordinate x, y del punto di contatto ed i parametri A, B dovranno insieme soddisfare le tre equazioni.

$$\sqrt{Ay}+\sqrt{Bx}-\sqrt{AB}=0,\ cB\sqrt{Ay}-dA\sqrt{Bx}=0,\ cy+dx-cd=0.$$

Le prime due di queste equazioni si possono desumere dalle due occorse pel caso antecedente, facendo $\alpha=0$, ed $\alpha=\frac{c}{d}$; e però si avrà immediatamente

$$x=A\left(\frac{Bc}{Bc+Ad}\right)^2,\ y=B\left(\frac{Ad}{cB+Ad}\right)^2;$$

e questi valori delle x, y riducono la terza delle medesime equazioni alla

$$AB-Ad-Bc=0,$$

colla quale si potrà determinare uno dei parametri A, B, purchè si conosca l'altro; e dà $Bc+Ad=AB$, per cui si hanno

Digitized by Google

$$x=\frac{c^2}{A},\ y=\frac{d^2}{B}$$

per coordinate del punto di contatto.

Evidentemente questi risultamenti si possono avere immediatamente colle proprietà della parabola esposte nel corollario della proposizione undicesima.

Osservazione. Se la svolta, che dev'essere perpendicolare alla retta rappresentata colla equazione $q=ap+b$, lo dovesse essere nel punto corrispondente alla ascissa $p=h$, i parametri A, B dovrebbero soddisfare, oltre la equazione (28), anco la

$$h=(a+\alpha)^2AB^2:\left((a+\alpha)\,B+A\,(a\alpha+1)\right)^2,$$

cioè, posto $ah+b=k$, essi dovrebbero soddisfare questa e la seguente

$$k=(a\alpha+1)^2BA^2:\left((a+\alpha)\,b+A\,(a\alpha+1)\right)^2,$$

le quali danno facilmente

$$A=\frac{h}{k}\left(1+\frac{k(a+\alpha)}{h(a\alpha+1)}\right)^2,\ \text{e}\ \ B=k\left(1+\frac{h(a\alpha+1)}{k(a+\alpha)}\right)^2.$$

Così, se la svolta, che dev'essere tangente alla retta avente per equazione $cq+dp=cd$, il dovesse essere nel punto corrispondente ad una data ascissa $p=g$, i parametri A, B per essa dovrebbero soddisfare le equazioni

$$\frac{c^2}{A}=g,\ \ \frac{d^2}{B}=\frac{d}{c}c-g),$$

le quali somministrerebbero $A=\frac{c^2}{g}$, $B=\frac{cd}{c-g}$.

Digitized by Google

Quando poi la svolta dovesse in vece essere tangente anco alla retta segante gli assi delle p, q alle distanze $c_{,}$, $d_{,}$ dalla origine, i parametri si avrebbero, sciogliendo le due equazioni.

$$AB-Ad-Bc=0, \quad AB-Ad_{,}-Bc_{,}=0;$$

e le coordinate dei punti di contatto sarebbero evidentemente le

$$\frac{c^2}{A}, \frac{d^2}{B}; \frac{c_{,}^2}{A}, \frac{d_{,}^2}{B}.$$

PROPOSIZIONE DICIASSETTESIMA.

Trovare i cigli della strada svolta contemplata nella proposizione undicesima, supposto essi paralleli alla parabola là considerata ed anco equidistanti da essa medesima?

Nella eqnazione (26) si ponga $x=A\theta^2$, ove θ esprime una indeterminata; e si avrà

$$(Ay-AB\theta^2-AB)^2-4A^2B^2\theta^2=0,$$

cioè $y=B(\theta-1)^2$; e però la parabola rappresenta colla equazione (26) si potrà rappresentare anco colle due

$$x=A\theta^2, \; y=B(\theta-1)^2,$$

dove θ esprima una quantità da eliminarsi, che si terrà per la variabile principale.

La distanza di ogni ciglio, dalla parabola anzidetta, si chiami d; e chiaminsi v, u le coordinate rettangole del punto, al quale corrispondono le x, y in generale obblique, e p, q le coordinate rettangole dei cigli e corrispondenti alle stesse v, u.

La teorica delle linee parallele dà

Digitized by Google

$$p=v\mp\frac{du'}{\sqrt{(v'^2+u'^2)}},\quad q=u\pm\frac{dv'}{\sqrt{(v'^2+u'^2)}}.$$

Essendo $x=A\theta^2$, $y=B(\theta-1)^2$ e però $x'=2A\theta$, $y'=2B(\theta-1)$, e

$v=x+ay$, $u=\beta y$ per cui $v'=x'+ay'$, $u'=\beta y'$ ossia

$v'=2(A\theta+Ba\theta-Ba)$, ed $u'=2\beta B(\theta-1)$,

evidentemente si hanno

$$p=A\theta^2+aB(\theta-1)^2\mp\beta B(\theta-1)d:\sqrt{(L^2\theta^2-2H^2\theta+B^2)}.$$

$$q=\beta B(\theta-1)\pm^2(A\theta+aB\theta-Ba)d:\sqrt{(L^2\theta^2-2H^2\theta+B^2)},$$

dove $L^2=^2A+2aAB+B^2$ come altrove, ed $H^2=B(B+Aa)$.

Osservazione. Colle qui trovate espressioni delle p, q si potranno determinare facilmente quanti punti si vorranno dei cigli della strada, svolta di cui si parla; giacchè essi corrisponderanno ai valori delle p, q, ottenibili coll'individuare la θ; ed anco si potranno istituire altre ricerche relative ai cigli stessi, per esempio che tra essi si possa movere con moto uniforme ordinario un carro comune sterzato convenientemente.

Digitized by Google

OSSERVAZIONE PRIMA.

Quando i due tronchi rettilinei della strada a raccordarsi siano situati come i due *AB* - - -, *CD* - - - (fig. 9), la svolta si suole fare composta di due archi parabolici *CM*, *MA* tangente l'uno all'altro in *M*, ed anco, il primo tangente in *C* alla retta *CD* ed il secondo alla *AB* nel punto *A*; dimodochè, individuato il punto *M* e la direzione comune ai due tronchi *CM* *MA* o della strada in questo medesimo punto, qualora già non lo sia, come accade quasi sempre, si determineranno le parti *CM*, *MA* della svolta colle stesse regole esposte in questa nota medesima.

OSSERVAZIONE SECONDA.

Sarebbe utile la conoscenza di quella linea svolta di una strada tangente ai due tronchi rettilinei in due punti di essi, che rendesse *minimo* lo sforzo delle bestie conducenti un carro od una vettura da una estremità all'altra di essa medesima, per cui mi era proposto di trattarne in questa osservazione; ma siccome le forze passive a contemplarsi per un carro in moto e sterzato cambiano colla sua costruzione, ed i risultamenti riescono complicati assai; così ho divisato di limitarmi al brevissimo cenno seguente, ove contemplo le varie forze passive in un modo puramente complessivo.

La curva *CMA* (fig. 10) tangente nei punti *C*, *A* alle rette *CD* - - -, *AB* - - - rappresenti la svolta della strada, e le rette *MG*, *GF*, *HL*, *PQ* rappresentino la spina asse del carro, il timone e le due sale del carro sterzato dell'angolo *FGN* convenientemente alla svolta ed al moto di esso: la retta *MGN*

Digitized by Google

perpendicolare alla PQ sarà tangente costantemente alla curva CMA nel suo punto M, e però la PQ--- normale della curva o svolta stessa.

Si chiamino, x, y le coordinate rettangole del punto M della svolta; F lo sforzo diretto secondo GF--- e necessario per conservare al carro il moto uniforme conveniente per esso, esclusa però quella parte di sforzo, che occorrerà naturalmente pei differenti gradi di sterzo, la quale si supporrà la stessa almeno pei piccioli, qualunque sia per essere la natura della linea continua CMA: A quella porzione costante dello sforzo F, che è necessaria pel moto della parte HLF del carro, avuto riguardo a tutte le forze passive; e B lo sforzo pure costante per movere la rimanente parte del carro e diretto secondo MGN, mentre lo A è diretto secondo GF.

In ultimo, avverto che supporrò K, punto comune ai prolungamenti delle rette PQ, HL, il centro della circonferenza osculatrice alla curva CMA in M, e gli sforzi, che di mano in mano occorrono per conservare il suddetto movimento uniforme, proporzionali agli archi corrispondenti della linea CMA medesima, e che porrò a invece di MG, ed R invece di MK.

Essendo A la porzione della sforzo F necessaria per mantenere il moto nella parte anteriore del carro, sarà $F-A$ e propriamente la

$$(F-A)\cos.NGF=(F-A)\cos.k=F-A)\frac{R}{\sqrt{(R^2+a^2)}}$$

sua componente secondo GN quella, che manterrà lo stesso moto nella rimanente parte del carro medesimo, e conseguentemente avrassi

Digitized by Google

$$(F-A)\frac{R}{\sqrt{(R^2+a^2)}}=B \text{ cioè } F=A+B\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{R^2}\right)},$$

$$\text{od anco } F=A+B\sqrt{\left(1+\frac{a^2y'''}{(1+y'^2)^3}\right)}.$$

Ma lo sforzo totale per condurre il carro dal punto C all' A è la primitiva

$$\int F\sqrt{(1+y'^2)}dx$$

estesa fra questi medesimi due punti; adunque la linea richiesta sarà quella, per la quale riescirà minima la primitiva di

$$A\sqrt{(1+y'^2)}+B\sqrt{\left(1+y'^2+\frac{a^2y'''}{(1+y'^2)^3}\right)},$$

estesa anch' essa dal termine C all' A; e che sarà tangente le rette CD---, AB---in questi medesimi due punti.

Fin qui si scorge chiaro, come per un obbietto, che sembrava di tanto lieve momento, quanto ci abbia tenuti occupati, e con quanti complicati calcoli.

Lo stesso Sganzin nelle sue auree lezioni, concordandosi col Cavalieri, non dà che metodi grafici per rintracciare la curva svolta.

Nè sono i suoi metodi coordinati a diversi angoli formati da due assi a congiungersi.

Dopo le ricerche analitiche di sopra esposte, qualunque altro metodo, resta sempre ozioso; ma per dare un completo lavoro sul proposito, non fia superfluo qui accennare, almanco, quanto trovasi riportato dallo stesso. È vero che la generalità de' metodi, c' induce a preferire quelli a noi dettati

Digitized by Google

sempre con ragioni più particolari, e nessuno a' nostri tempi specialmente, leggerebbe senza ridere, di esistervi de' metodi di tirare tangenti alle curve in tempi anteriori al Leibinizio; nè farebbe buon grado alle quadrature di uno spazio piano curvilineo, dietro ragionamenti simili a quelli con cui Archimede quadrò la parabola, o di essersi risoluto un problema di massimi e minimi con sistemi anteriori a' principî trovati dall'Eulero, da cui prese Lagrange le prime masse per l' invenzione del suo metodo fondato sul calcolo delle variazioni.

Dopo tali ricerche tutto cessa, ed io non saprei diversamente conchiudere che lo Sganzin ed il Cavalieri, l'uno non ha fatto che imitare l'altro, ma entrambi han saggiamente creduto di trattare le curve delle svolte con la geometria elementare, perchè la importanza delle classiche opere da esso loro fatte, non li chiamava a calcoli tanto celebrati, ma bensì a fatti, ed esplorazioni di arte.

§. III.

APPLICAZIONE.

A maggiormente accrescere la utilità de' problemi di sopra risoluti, credo opportuno aggiungere qui appresso l' applicazione di essi.

Niente in geometria si rende inutile o difficile, quando si ragiona su' principî veri della scienza.

Con la massima facilità possibile si trasportano dal caso dell' equilibrio, a quello del moto, i teoremi sulle pressioni alle superficie de' corpi: vero è che si sente il bisogno di una dimostrazione, ma la semplice osservazione che il passaggio del-

Digitized by Google

l' equilibrio al moto introduce mutazione nella sola quantità sottoposta all' integrale triplicato, non alterando quelli che stanno sotto i duplicati, e che quindi le equazioni dedotte da quest'ultima, restano le stesse, e ciò addimostra qual ne sia la virtù della meccanica analitica, del calcolo applicato, ed altro.

Per non dilungarmi in encomî a questa scienza per eccellenza, e senza introdurmi a dire i mirabili vantaggi dell'equazioni, le quali contemplano gli effetti delle forze interne, e non le forze stesse; vale a dire le equazioni di condizioni, che debbono essere soddisfatte o certe funzioni che dalle forze son fatte variare, mi trattengo solo ne'limiti della brevità, e conchiudo che nelle svolte, conosciute le curve, non resta che a trovare i centri, o fuochi delle curve medesime:

Operazione per altro non ordinaria, ma riportandola sempre ad un principio generale, che se dà due estremi della curva svolta, si menino due linee ad incontrarsi in un punto, di lunghezza a giudizio dell' ingegnere matematico; il punto d' intersezione sarà il centro al quale debbono tendere tutti i basoli della svolta messi a *spina pesce*. Questo appunto è il vero mezzo per evitare le incarreggiate, distruttrici de'basolati. In altri termini se tutte le diagonali de'basoli di una svolta si menino come tanti raggi al centro trovato nel punto d'intersezione, senza dubbio si eviterà l' inconveniente delle incarreggiate.

Questo principio fa chiaramente vedere donde nasca l'errore nelle presenti costruzioni delle svolte. I basoli non debbono essere tutti della stessa grandezza; a misura che si approssimano al centro, debbono impicciolire di superficie, nè debbono essere lavorati a squadro, ma a sottosquadro, a termine della curva della configurazione, e con rombi sempre in serie decrescente.

Digitized by Google

§. IV.

DELLE STRADE.

CENNO STORICO SULLE PRINCIPALI STRADE PRESSO I ROMANI.

1. Il Romano più di qualunque altro popolo, fu il primo a studiare accuratamente sulle strutture delle strade, ma appena giunse a dare un barlume, ovvero ad aprire le prime tracce alle costruzioni stradali ben regolate.

In appresso, se non vogliane dire a'nostri giorni; neanche si trovarono stabilite regole tali da ottenere costruzioni di strade senza inconvenienti, taluni dei quali successivamente andrò esponendo.

Seppero d'altronde meglio di noi gli antichi evitare il massimo ed il più pernicioso alla costruzione, quale è quello del framischiamento che suolesi praticare nel corpo del basolato di pietre di diverse densità.

Pare, che con maggior diligenza avessero conosciuto il principio tanto generalizzato, che dalla gravità specifica delle pietre si perviene alla conoscenza delle di loro densità.

E non solo si mostrò chiaro all'antica scuola conoscitrice di tale verità, ma dalle reliquie delle antiche strade, si arguisce che seppe del pari rinvenire il limite del grado di forza di ciascuna di esse al detrito, ed allo schiacciamento, dandocene un quadro delle resistenze comparate.

2. Molti accorti architetti hanno praticate diverse esperienze, e con le maggiori diligenze stabiliscono, che in pietre di egual

Digitized by Google

natura e di simili basi, la forza di resistenza cresce in ragione della superficie delle basi; e fra due pietre a superficie eguali, una a base rettangolare; l'altra a base quadrata, il peso sufficiente ad infrangere la prima è minore di quello che infrangerebbe la seconda, di modo che quelle formate a basi circolari dovrebbero essere di maggior resistenza delle altre. In fatti l'esperienza così l'appalesa, come ravvisasi da diversi frammenti delle strade romane, le cui pietre presso a poco veggonsi di basi circolari.

3. I Romani riteneano che la larghezza delle strade anche contribuisse alla durata, per lo che stabilirono che le vie avessero avute di larghezza non meno di otto piedi, e nelle svolte non meno di sedici; l'oggetto era ben chiaro perchè il capo strada venendo formato quasi di macigni di estese superficie connessi, davano così altro saggio di sapere per evitare maggiori commettiture ed assetti, ove precisamente nasce il consumo del basolato, e donde prende origine la sua distruzione. La stessa nostra Napoli antica nel compartire le vie dentro della Città; partendo da' principî d'igienica pubblica per tener riguardo alla temperatura dell'aere, si attenne a costruirle in un modo angusto, e per preservare gli abitanti dalla rigidezza de' freddi iemali, e per evitare i venti, facendole attraversare spesso spesso da vicoli in diverse direzioni. Oggi i principî son ben diversi, e si è conosciuto che le strade sufficientemente larghe si prestano più delle altre a' bisogni civici.

4. Cornelio Tacito però, perchè Nerone per far bella Roma ne allargò le strade, non mancò di dire, che la Città era divenuta più calda e men sana. Le nostre strade dell'antica Napoli confirmano tali idee del Cornelio, le quali sono sostenute dal principio, che i venti venendo netti, soavi, e purgati, pro-

Digitized by Google

ducono miglior sanità agli abitanti, come anche chiaramente ce lo dimostra Vitruvio.

5. Le strade s'incominciarono a selciare in Roma dopo i Cartaginesi, sotto il Consolato di Messer Emilio per mezzo di Censori. In seguito poi si portarono a quella solidità, come ravvisasi a' nostri tempi dalle reliquie della Via Appia, chiamata da' poeti Regina delle vie, costruita da Appio Claudio dal Coliseo a Capua, e restaurata da Trojano Imperatore, quai frammenti si veggono ancora alle falde del Monte Cumano, e nè dintorni dell'antico Reame, e Principato di Cuma, e Misena. La Via Flaminia fu fatta da Flaminio sotto il suo consolato, dopo la Vittoria su'Genovesi, e si formarono le Vie Aurelia, Numentana, la Prenestina, la Labicana, la Salere, la Collatina, la Latina.

6. Dalle costruzioni di esse si può desumere che soleano gli antichi stabilire i margini, ossia marciapiedi, della larghezza una metà del corpo di mezzo. E sin d'allora eravi l'uso di stabilire le colonne miliarie per idea ed invenzione di Gneo Gracco. Il *dos* che oggi suol darsi alle strade è stata una invenzione anche antichissima perchè i Romani costruivano tali strade solo pe' soldati pedoni, onde questi avessero transitati a piedi asciutti, per cui tali strade venivano denominate strade militari. A' nostri tempi se ne vede ancora un frammento di strada nel Friuli, la quale fu detta Parthuma, e conduceva in Ungheria, ed altra che divideva l'Italia dalla Germania, denominata Argere e conduceva alle Alpi.

7. Soleano i Romani estendere le loro idee anche quasi illimitatamente. Prolungarono le strade nulla di meno dalle colonne di Ercole, fino all'Eufrate, ed a'confini meridionali dell'Egitto.

8. I Cartaginesi però li prevenirono, perchè furono i primi

Digitized by Google

a lastricare le strade, ma essi non isdegnarono di militari, ed adoperarono tal sistema nella strada da Roma a Capua (muri verunt) per sino a Brindisi, quasi per la lunghezza di miglia 350. Il metodo che adoprarono per lastricarle, fu di due strati (strata), il primo formato da pietre rozze, unite con calce, ed il secondo, da sabbia, della grossezza riunita di tre piedi.

9. Solcano ancora lastricarle con pietre più grandi ne'laterali ad una fila chiamata *Margines*, ed elevata un poco dal livello del capostrada per comodo de' pedoni, e tali strade le denominavano Marginari.

Spesse volte in vece di salicarle le covrivano di ghiaia (glarea) con un marciapiede su ciascun lato. Augusto poi fece innalzare nel foro una colonna da dove partivano tutte le strade militari, e prescrisse che le miglia si contassero sempre dalle porte della città con termini militarî in ogni miglio, in modo che *lapis* significa miglio.

10. Le strade principali erano chiamate pubbliche, o militari, *praetoricae*, *vel consulares* (costruite da' Consoli), ecco perchè noi diciamo strada Consolare, per intendere strada principale, e da questo esempio diciamo strada Regia, perchè fatta ad ordine del Re. Gli ostacoli non gli facevano arrestare la volontà di fare. Il loro ardimento arrivò a farli aprire strade a traverso delle montagne come la (*Crypta Puteolana*), grotta di Pozzuoli, ed anche de' fiumi, come il famoso ponte di Traiano sul Danubio, il più meraviglioso, che abbia mai esistito nel mondo. Era costruito con un sistema di 20 archi, e piloni, ciascuno di piedi 150 alto, largo 60, e 170 piedi in distanza l' uno dall' altro. La sola pietra da taglio, di che era costruito, potea reggere a quello schiacciamento, ed a quella spinta.

Digitized by Google

Adriano successore di Traaino fece distruggere questa ardimentosa opera, come vogliono taluni per l'invidia del suo antecessore, per non poter fare altra opera da poterla combattere. Se ne veggono ancora taluni pilastri di frammento.

E tante altre opere, come il Ponte di *Nimes* in Francia, composto da tre ordini di archi, e da questo, credo, che il famoso *Vamitelli* di memoria indelebile, Architetto della grandiosa Regia di Caserta e sue delizie, abbia preso idea nel costruire i ponti della Valle.

L'altro ponte sul Tago presso Alcantara in Ispagna, della larghezza ciascun arco di 80 piedi.

Il ponte più grande che siasi mai veduto ad un arco su l'*Allier* in Francia, vicino alla Città di *Brinde* nell'*Alvernia* co'due pilastri poggiati su due rocce alla distanza di 195 piedi, e l'arco di sesto piedi 84. E finalmente l'altro ponte il più famoso di legno, anche ad un arco, fatto gittare da Cesare sul Reno.

In prosieguo gli stessi Romani migliorarono molto le costruzioni delle strade, e le divisero in *iter, actus, via*, a seconda de'diversi usi a cui erano destinate. Maggior attenzione e principî di noi adoperavano, in modo che non solo si occuparono di stabilire la forma, ma badarono anche alla larghezza, ed alla direzione, in opposizione de'venti. Ed ecco che non a'nostri tempi, ma sin da quello de'Consolati, costruivansi strade con marciapiedi, di forma a dorso, basolate, e con termini miliarî.

Simili fatti appalesano che il bisogno è stato sempre lo stimolatore della umana intelligenza, e lo sviluppo nella specie è stato rapido, e di una progressione passaggiera; imperciocchè il trascorre de'secoli, e l'incivilimento, avrebbe dovuto

Digitized by Google

portare lo scibile nel più alto grado di eccellenza, ma questo principio resta eliminato dall'altro, che il sapere non si è trasfuso giammai da un essere all'altro, ma in tutti i tempi, ed in tutte le nazioni vi sono stati uomini distinti la di cui memoria deve risuonare sempre splendida ed onorata.

§. V.

DELLE STRADE MODERNE

NOMENCLATURA DELLE PARTI COSTITUENTI UNA STRADA (1).

11. Molti uomini sommi stranieri si sono occupati a darci delle idee su questo proposito, ma niuno di noi ancora però si è occupato di volgere almeno nel nostro patriottico linguaggio tali lavori, e renderli non dico intelligibili a chi non conosce le lingue, ma trasformare la nomenclatura uniformandola a'nostri termini di arte. Non di rado avviene che anche chi è dedito alle lettere legga taluni termini senza saperli comparare con quei simili usitati in questo proprio paese.

(1) La prima cura dell'Architetto nel presentarsi sopra luogo, dev'esser quella d'istruirsi de'termini di arte, e nel dialetto del paese, o in idioma Toscano. Spesso succede che un Architetto, poco pratico per servirsi del pretto linguaggio nelle sue ordinazioni agli artefici, à dato campo a malintesi apportando la distruzione delle opere fatte, e forse in taluni casi è restato obbligato a tollerare talune opere irrecettibili, e pregiudizievoli in tutti i sensi.

Digitized by Google

Ma gettate queste parole per solo stimolo agli acuti ingegni del nostro paese, mi limito nudamente al mio assunto, restando a questi l'ingentiva pel bene comune di far cosa di maggior rilievo.

Sarebbe ovvio il discendere ad una descrizione di termini di arte, perchè la materia che tratta il presente lavoro è di una importanza molto elevata: per lo che passo al prosieguo, essendo certo, che chi si applica alla sua lettura, sia sciente in fatti d'arte: adunque per le costruzioni moderne pel tracciamento, e perfezionamento di una strada, molti principî occorre conoscere, ed a molte operazioni è d'uopo andare all'incontro.

INTEGRANTI INEVITABILI PER LA BUONA RIUSCITA DI UNA STRADA.

12. Quattro, a parer mio, debbono essere gl'integranti, perchè una costruzione stradale riesca di buona condizione.

Allineamento, *declivio* (1), *forma o configurazione*, *e costruzione*.

Di essi successivamente ne terrò ragionamento parziale.

(1) Al declivio va subordinato il modo dello sgorgo delle piogge.

Digitized by Google

INTEGRANTE 1.°

ALLINEAMENTO QUANDO LA LINEA STRADALE NON SIA DATA DI DIREZIONE. CONDIZIONI PER RENDERLA COMODA, SOLIDA, E BELLA.

13. Quando l'andamento stradale non trovasi definito, e non si ravvisa il bisogno di dirigerlo a quei punti di obbligo, e tutto sia all' arbitrio dell' Ingegnere, ecco quante debbono essere le avvertenze per farlo riuscire della miglior condizione,

1. Debbono evitarsi i luoghi bassi di fondo paludoso.

2. Devesi tenere ad occhio sempre la linea dritta, come la più breve di tutte, e quindi la più economica.

3. Costeggiarsi i luoghi abitati, perchè i naturali ne fruissero.

4. Schivarsi il costeggiare troppo da vicino le rocce, ove è sempre imminente il pericolo per la caduta de'massi, frane di terra, o slamamenti da forze irresistibili.

5. Scerre un allineamento il più dominante e ridente in talune direzioni non lasciandosi l'evitare alla meglio i venti boreali.

6. Corredarlo di qualche venola di acqua troppo necessaria ne' tempi estivi pei viandanti.

7. Guidarlo di piante per evitare gli ardenti raggi solari.

8. Regolare l'acclive, o il declive secondo le ragioni, sino al tanto per $\frac{0}{0}$ per le vetture.

Fin qui la linea stradale si concepisce meramente qual di-

Digitized by Google

rettrice. In appresso diremo quanto occorra per avere costruzioni ben studiate.

Notizie più estese potransi avere con la lettura del profondo Cavalieri dalla sua celebratissima opera di costruzione. Ammirando le alte idee, mi attengo a dir cose, che riguardano le costruzioni patriottiche. I severi calcoli, le estese tavole, i dispendiosi sperimenti da tanti sommi uomini praticati, nulla, o poco possonsi applicare a nostri fatti di arte, perchè i nostri materiali da costruzione differiscono da quelli, che costoro han messi in sperimento; e per la differenza de'coefficienti sarem sempre obbligati a novelli calcoli. Sicchè non credo qui altro aggiungere, quanto sull'istesso assunto trovasi detto dagli scrittori francesi e dal lodato scrittor romano.

L'obietto è quello di dare qualche idea comparata, sempre per le costruzioni co' materiali usi e proprî del paese in cui abitiamo.

PER LA TRACCIA DELLA LINEA STRADALE.

CASO QUANDO ESSA SIA DATA DI DIREZIONE.

14. Per tracciare la linea visiva per la direttrice è uopo praticare una operazione topografica. Facendosi uso degli strumenti geodetici l'operatore sempre supera gli ostacoli, che possonsi incontrare, o perchè nella direzione sienvi de'tratti inaccessibili, o per l'ingombramento delle piantagioni, o per qualunque altra siasi circostanza. Adunque per soddisfare a questa prima parte, occorre rinvenire la linea con una operazione topografica, tracciarla con sistema di picchetti, adottando il metodo così detto del *punto indietro*, ovvero infilando i due punti antecedenti-

Digitized by Google

ti, e fissare il terzo con la direzione di essi; abbattere tutte le piante o piccoli ostacoli per la sola direttrice, dopo praticato l'allineamento de' picchetti; in fine aprire la traccia estradossando la terra almeno per comodo transito nello esame della linea.

Quando accada che il punto di prefiggimento a congiungersi, sia invisibile e risulta inutile la operazione de' picchetti; in questo caso si ricorra alla trigonometria, e si stabilirà una base nel punto di partenza, ed il punto di raggiunta diverrà vertice del triangolo, di cui solo due lati son noti.

Quì non mi accingo a far motto di moltissime altre cose, che dovrebbe tener presente l'ingegnere nel definire una linea stradale, perchè suppongo che il più delle volte i tratti di congiungimento venghino stabiliti ad ubbidire punti obbligati, ma ove poi fosse nell'arbitrio dell'ingegnere passare più per un luogo, che per un altro; senza alterare i principî di una studiata economia, in questo caso, altre avvertenze deve l'operatore tener presente, le quali son poggiate su delle conoscenze trigonometriche, che da me si tralasciano per non uscir di soggetto.

Digitized by Google

INTEGRANTE 2.°

DECLIVIO.

15. Questo capitolo abbraccerebbe buona parte della presente opera, atteso la sua importanza, e la conoscenza de'diversi branchi dello scibile matematico. Il trattarlo qui, sarebbe un certo uscire di subietto, credo solo accennare talune cose, perchè le altre troppo a di ribocco trovansi portate nelle classiche opere geodetiche del Francoeur, del Puissant, ed altri uomini celebrati.

Il sistema di livellazione è necessario conoscersi nelle costruzioni stradali, a solo oggetto di rinvenire il profilo longitudinale intersecato da una linea, o più linee, indicanti il pendio che debbono avere i diversi tratti della strada, ed i movimenti di terra tanto di disterro, che di riporto, ed anche per portare le acque riunite o sulla superficie della strada, o su le sue adiacenze. Dalla livellazione dipende l'assegnare i limiti di sbocco. Vero è che le acque possono avere il loro sbocco anche a livello per travasamenti; ma per questa parte l'ingegnere deve porre ogni maggior attenzione, per esser questa la causa di allagamento in tempo di abbondanti piogge, con danno o delle laterali abitazioni, o delle adiacenti campagne.

16. Dalla livellazione dipende l'assegnare la pendenza ad una strada sotto una data ragione di palmi per ogni cento. La scienza topografica c'insegna la vera maniera di livellare; spesse volte però sopra luogo sono tante e sì svariate le posizioni topografiche, che forse non si ci arriva con la suggestione dei principî dettati dalle scienze.

Digitized by Google

17. La livellazion composta, i diversi sistemi per livellare, attraversando monti, sono le cose le più difficili, non già nella essenza de' principî, ma per la imperfezione degli strumenti, pe' calcoli sulla differenza de' livelli apparenti a quelli veri, ed ancora per la refrangibilità della luce. È inevitabile però che le difficoltà di scienze e di arte si superano sempre, quando l'ingegnere, dopo di essere imbevuto di conoscenze, adotta sistemi comparati co' fatti e posizioni locali.

18. E qui non credo perduto accennare una idea, che mi si sovvenne nel livellare taluni monti, le di cui falde poco si elevavano al di sopra del livello del mare. Qualunque operazione che da me si avesse potuto fare, sempre sarebbe risultata imperfetta per calcoli di livelli apparenti, di refrangibilità, e quant'altro di sopra si è detto. Da me si credè adottare quel principio tanto generalizzato d'Idrostatica, cioè che i liquidi si mettono sempre a livello, quando venghino riuniti per tubi comunicanti; sicchè da me non si fece far altro che livellare estesi tratti attraverso delle montagne, con far praticare talune pruove, sino al livello del mare. Questa operazione andava soggetta solo a' calcoli di alte e basse maree, e non solo dava risultati positivi di operazioni, ma non mi obbligava ad operazioni di livellazioni composte, avendo invece punti certi, e soggetti solo a livellazioni secondarie. Questa operazione da me si denominò *livellazione naturale*, avendo in se i più veri risultati reali, e positivi. Troppo utile sarebbe questo sistema di escavare pruove, sino al pelo dell'acqua del mare, che s'incontra sempre ne'visceri della terra, allorquando venisse praticato nel livellarsi i terreni per le opere di bonificazioni, ove essi o si veggono immersi nelle acque, o le superficie per quelli elevati, trovansi mediocremente al di sopra del pelo del mare.

Digitized by Google

Queste poche idee, credo, che sieno sufficienti nella presente opera. Chiunque ne volesse un trattato completo, può consultare tutti i libri di topografia.

19. Conchiudo però che tra le molte maniere di livellare, a due sole categorie possonsi le stesse ridurre. La prima consiste nel prendersi a guida gli effetti della gravità ne'solidi. La seconda invece la differenza del peso dell'atmosfera, secondo l'altezza più o meno grande della colonna di essa soprastante al luogo di cui si vuol conoscere il livello, adoprando nel primo caso i livelli, e nel secondo i Barometri, i Monometri. Queste seconde operazioni però van soggette a calcoli più elevati, e non a quelli per la sfericità della terra e refrazione dell'aria, accoppiata con gli altri di rettificazione di livellazion reciproca ed altro, come le livellazioni trasversali, o livellazioni a curve orizzontali, secondo il metodo di Vitantonio Piccirilli.

Digitized by Google

INTEGRANTE 3.ª

FORMA, O CONFIGURAZIONE A DARSI AD UNA STRADA.

20. È inevitabile che in una strada non sieno due le configurazioni, una nel senso tranversale, l'altra in quello longitudinale. Di queste due, la prima deve sempre seguire la seconda, subbordinandola al pendio, e per dire più genericamente la vera definizione, per riunirle ambedue, potrassi denominare *configurazione doppia stradale.*

Questa configurazione doppia non è sempre costante. Varia a seconda de' materiali destinati al consolidamento delle superficie, e varia a seconda dell'inclinazione, o altre circostanze locali per le quali l' ingegnere deve prescerre quelle che più a proposito crederà adattare.

Come di sopra abbiamo detto, adottavano i Romani la forma a *dos* per ottenere che i pedoni transitassero a piede asciutto. A tal proposito il *dos* delle strade può essere di due maniere, o sotto la forma di un arco di curva, limitato da margini con occhi ausiliari, o di un arco di curva qualunque, limitato da due gavede laterali. Si usa il primo sistema, quando la strada al di sotto de' marginari possa avere due canali. Il secondo sistema è sempre necessario, nella mancanza de' canali in parola.

La figura (14.) considerata nella sezione trasversale, indica il primo caso, dalla quale evidentemente si vedono i due marginari rappresentati dalle due rette *ab, fg*, l'arco del *dos* da *cde*, le luci ausiliarie da *c*, *e*, i due canali da *h*, *j*. e finalmente i cigli o scarpe da *ak*, *gl*.

Digitized by Google

I cigli interni de' marginari soglionsi chiamare cordoni, ma la proprietà di questa parola è tutta di arte, imperocchè questo termine suona diversamente nel lessico.

La (fig. 15) rappresenta il secondo caso, dissimiglievole dal primo per le sole gavede.

Forse nelle ultime costruzioni vedesi preferito il primo sistema, come il più semplice, ma il secondo si presta maggiormente al comodo de' transitanti.

CONFIGURAZIONI DIVERSE DI UNA STRADA.

21. Le strade moderne possono essere delle seguenti configurazioni.

1.° Strada a *dos* con gavede laterali a due pendenze come dalla (fig. 15).

2.° Strada simili con margini (fig. 14).

3.° Strada a *dos* configurata con una curva costante sotto un qualunque arco (fig. 16).

4.° Altre con margini (fig. 17).

5.° Strada concava con una pendenza lungo il suo asse, (fig. 18).

6.° Idem con margini (fig. 19).

7. Strada ad un pendio, (fig. 20).

La forma o configurazione transversale di una strada non è da stabilirsi a capriccio. Qualunque accuratezza potesse adoprare un ingegnere, riesce sempre vana, allorquando si stabilisca una configurazione dissentanea al proprio pendio.

Nelle strade di terra in campagna, ove spesso le superficie veggonsi o di terra ammassata, o di sabbia, come ne'letti degli alvei, qualunque configurazione, oltre quella creduta al pro-

Digitized by Google

posito, non arresta quegli inconvenienti cagionati da sensibili pendî.

E questa causa produce l'indubitato effetto delle voragini, ed insolcature, in queste specie di strade. Posso liberamente conchiudere che le strade di terra, non avran al certo bisogno nè di manutenzioni, nè dell'opera dell'uomo, quando rattrovansi, se non a perfetto livello, almanco con uno insensibilissimo, giacchè le acque possonsi anche versare per stravasamenti : ed ecco come in simili strade la configurazione contribuisce, non poco, alla durata di esse (fig. 20).

Ne resta ancora un'altra a dirsi ed è quella ad un pendio.

Tale configurazione è appunto quella che a preferenza delle altre, produce meno insolcature nelle superficie stradali.

Si rende facile a rintracciarne la ragione, ed è che le acque non percorrendo lunghesso il filone, obbligate a precipitarsi nel prossimo canale laterale, non producono insolcamenti sensibili, e di gran momento, per la brevità del di loro corso, e per lo stesso principio testè descritto.

Digitized by Google

INTEGRANTE 4.ª

COSTRUZIONI E METODI PER CONSOLIDARE LE SUPERFICIE STRADALI ALLA SOFFERENZA DELLE RUOTE.

22. Sarebbe util cosa, pria d'innoltrarmi a disquirere su questo assunto, dare un idea, se non completamente estesa, almanco generale, sulla concrezione delle rocce sia *granatiche*, sia *scistose*, o *calcare*, ed *arenose*, affinchè si avesse maggior conoscenza e speditezza nello scerre a preferenza quelle pietre più analoghe allo scopo della costruzione.

Per brevità, e per non uscir di soggetto, mi limito isolatamente a gettare poche parole sul bassalte, unica pietra destinata al lastricamento delle strade di questa città Capitale (1).

DEL BASALTE, O IN ALTRI TERMINI DELLA PIETRA VESUVIANA

23 La benefica natura è stata così prodiga nel fornirci di questo materiale da costruzione, che trovasi sì abbondantemente diffuso in queste terre per la copia di vulcani. Questa pietra, a preferenza delle altre, che in grembo alla terra in masse irregolari formansi in concrezione, altro non è che il prodotto di lave vulcaniche, indurite dopo la eruzione. Vien classificata da' Geologi tra quelle dure scintillanti. In un trattato qualun-

(1) Se qui non si considerasse il basalto per gli usi de' lavori superficiali cadrebbe molto in acconcio dare un quadro delle gravità specifiche e delle resistenze comparate.

Digitized by Google

que di Oriognosia si può conoscere tutto il processo chimico degli elementi che la compongono, ma l'essenziale è la gran massa di *ferro titanifero* in essa diffuso, perciò venne chiamata dagli Egizî *lapis ethiopius*, e da ciò ne viene che i gran macigni di questa pietra si veggono macerati e screpolati in tutti i sensi, per l'ossidamento all' azione dell' atmosfera.

Ad esso si congiunge l'*olivina*, ed è principalmente composto di *feldispato* e *pirosseno*.

Il basalte si presenta in masse nerastre, ruvido, aspro, e non vivace, ed è della famiglia delle rocce di origine ignea, spinte dal basso ver l' alto, in varie fogge, sotto forme di filoni, o di mondi rotondati, o in prismi adunati in gran moltitudine insieme. La tendenza de' basalti a prendere la forma prismatica ha prodotto una scena la più sorprendente.

Di esso si veggono formati taluni edifizî naturali, che hanno ispirato nell'uomo la più grande mirabilità. Vengono particolarmente celebrati l'*argine, o alzata de'giganti*, e *la grotta di Fingal* nell' isola di *Staffa*. L' *argine de' giganti* forma il promontorio Pleaskin-Bengore nella parte settentrionale dell'Irlanda, e si eleva a 91 metri al di sopra del livello del mare, diviso in prismi verticali di 12 a 15 metri di altezza, di modo che sembra un vasto pavimento a foggia di esagoni assai regolari.

Questa sua natural tendenza la ravvisiamo anche in quell'altro monumento, anche naturale *della grotta di Fingal*. Essa è di 80 metri di profondità, 30 di larghezza, e 19 di altezza; vi penetra il mare sino alla profondità di 16 metri, e le pareti sono a guisa di colonnati di prismi regolarissimi, su de' quali vi poggia la volta anche a prismi.

I basalti possono essere scaturiti alla superficie della ter-

Digitized by Google

ra o da' crateri per eruzione, come le lave moderne, o dalle fenditure ne' fianchi de' vulcani. Quest' ultime però producono un basalte più condensato, e privo di cellule.

Le *rocce vulcaniche*, i *basalti*, i *trachiti*, le *lave*, non sono, a parer di taluni geologi, che semplici modificazioni dovute alle circostanze particolari, nelle quali ciascuna di queste rocce è stata formata.

I terreni basaltici si possono dividere in due sistemi di rocce.

Nel primo si comprendono le rocce massicce, omogenee, cristalline: nell' altro tutte le rocce aggregate; al primo sistema appartengono il *basalte*, la *dolerite*, le *trachiti*, le *fenoliti*; al secondo le *brecce*, il *peperino* ec.

I *terreni basaltici* non solo hanno affine relazioni con le *trachiti*, con le *lave*, e co' *perfidi*, ma anche con le formazioni che hanno potuto attraversare, come i *graniti*, i terreni di *transazione*, e le formazioni *secondarie* e *terziarie*. E da ciò n' è venuta l' alternanze de' *basalti* co' terreni *terziarî*, ed il miscuglio notevole del *calcare terziario* con le *rocce basaltiche*, come si osserva al piè delle alpi, nel Vicentino, e nel Veronese (1).

I basalti van soggetti ad alterazione in ragione delle proprie tenacità, e l' azion diurna dell' aria e dell' umidità li decompone, e li riduce in masse terree, in argille grasse ricche di alcali: per cui i terreni destinati a coltura producono vini poderosissimi alcalici e spiritosi, e le piante vegetano rigogliosamente.

(1) Le acque che fluiscono nel seno della terra, e che tanto contribuiscono alle congrezioni delle pietre, specialmente nelle terre gessose, ed argillose ove l' indurimento è patente, han date origine a' pozzi artesiani.

Digitized by Google

Questa pietra è di origine antichissima, e viene descritta da Plinio, Strabone, ed Agrigola. Ed il più gran consumo se n'è fatto dagli Egizî per monumenti, vasi, statue ed altro.

Le qualità che importa conoscere in essa sono la gravità specifica, la tenacità allo schiacciamento o la resistenza, la durevolezza e l'affinità con le malte.

Non mi accingo a dir cosa sulla resistenza allo schiacciamento, perchè qui la pietra vien considerata nelle costruzioni di superficie e non di solidi; ma ad ogni modo non fia superfluo conoscere che la resistenza allo schiacciamento è sempre proporzionale all'area della base premuta, pe' solidi a base quadrata, ma per quei a basi circolari o rettangolari le resistenze effettive aberrano, come sopra abbiamo detto, e le resistenze comparate con altre pietre, sono sempre proporzionali alle gravità specifiche pe' solidi di egual mole, e sono sempre di maggior resistenza in quelli di maggior mole.

I basalti entrano nel genere delle pietre argillose.

Questa pietra non va esente da taluni caratteri accidentali, che ne classificano la qualità (1).

Gli accidenti che la depregiano sono

1.° Questa pietra non essendo della natura di quelle a stratiforme, quando non ubbidisce al taglio dicesi *pietra fiera*.

2.° Quando nel suo taglio non s'incontra una compattezza costante ed una omogeneità di pori, dicesi *pietra nodosa*.

3.° Quando nella sua compattezza veggonsi de'piccioli corpi cristallizzati: in questo caso appellasi *basalte smerigliato*.

4.° Quando vedesi a diversi strati, i quali sono pernicio-

(1) Le pietre vengono dei Geologi classificate in genere, ed il genere in ispecie.

Digitized by Google

sissimi sotto alla pressura, o al lavorio, questa pietra dicesi *solastrosa*, e nel lessico *filardesia*.

5.° Quando nelle parti coese del masso, veggonsi taluni granelli di granitico dispersi con un certo ordine costante, come a preferenza veggonsi nelle pietre di Bosco tre case, essa appellasi pietra *occhiettatta*.

6.° Tutte quelle pietre le quali veggonsi con diversi vuoti o pori, van sotto la categoria di quelle *caranfolose*, e nasce questo difetto d' incostanza, dal raffreddamento delle lave di prodotti vulcanici e nel lessico essa vien detta *cellulata*.

7.° Finalmente evvi altro accidente nel basalte, ed è che spesse volte vedesi con granelli di carboni framisciati nella congrezione; questa pietra dicesi *occhiettata* a *carboni*, ed è la più tenera di tutte le specie di questo genere.

SITI NE' NOSTRI DINTORNI IN CUI ESSA SI TAGLIA.

24. Per fino a questo punto tredici sono le cave, in cui si taglia questa pietra, o almeno le principali, potendosene, atteso la gran copia, aprire un numero molto maggiore sempre in proporzione delle richieste (1).

(1) Si parla nudamente delle cave nel nostro dintorno. Molte altre se ne rattrovano in diversi paesi vicini, come la Cava denominata del Purgatorio nell' Alveo di Somma. L' altra occhiettata bianca nel picciol paesotto di Cisterna di Marigliano, ed altre.

Digitized by Google

CAVA DENOMINATA DELLA SCALA.

25. Questa pietra è la migliore in rapporto a tutte le altre conosciute a' nostri tempi. Si trova graficamente situata nel punto del nostro littorale intermedio tra'l Granatello e la Torre del Greco.

Varie sono le cave in quell' istesso punto, e si appartengono a diversi proprietarî.

Per molte ragioni questa pietra si rende preferibile alle altre e sono:

1.° Perchè serba una costante densità, andando sempre migliorando nelle radici.

2.° Perchè è ubbidientissima al taglio.

3.° Presenta buoni massi, e non con molte *scarpine*, di modo che possonsi fare tutte specie di lavori.

4.° È ubbidientissima allo scalpello ed alle ristature.

Lo scalpellino in arte dice, che questa pietra è la più tenera e non si *scoccola*, ma questi epiteti non sono conosciuti nel lessico. Non à molte *cellule*, non è *occhiettata*, ma appena ha un ingranaggio di puntine carbonizzate, perciò vien classificata per la prima fra i basalti smerigliati.

Il suo vero colore è quello del piombo ed ha la massima affinità con la malta. Si può usare per basolati, e tal' è stata la comune opinione fin' ora. Io ritengo che questa pietra resista meno delle altre alla sofferenza delle ruote, e poco anche all' azione dell' acido muriatico, contiene la minima quantità di *ferro titanifero*, e perciò meglio delle altre, produce macigni della più grossa mole e veggonsi masselli più sanicci.

Digitized by Google

CAVA DI SABATANIELLO DENTRO TERRA.

26. Questa cava trovasi sulla sinistra della Regia strada di Resina, e precisamente nelle vicinanze di S. Maria a Pugliano. Dalla stessa si estrae una pietra di una qualità poco inferiore a quella della Scala. È più tenace, e può servire meglio ai lavori di stipiti, ed altri lavori grossi di costruzione, e meglio anche pei basolati. Si distingue dalla prima per essere meno tenera, e più colorita, e con maggior quantità di carbone.

La distinzione è poggiata perchè contiene in se una picciola quantità in più di *ferro titanifero*.

Poco resiste all'azione dell'acido muriatico, ed ha meno affinità con le malte. Si adopra a'nostri tempi specialmente pei lavori di basolati; ma io egualmente ritengo che questa pietra, diunita a quella della scala, nel mentrecchè vantano una qualità superiore, venghino non con molto giudizio adoprate in talune specie di lavori. In appresso darò altra idea su questo proposito.

CAVA DI LONGINO.

27. Prende etimologia la denominazione di questa cava dall'antico nome del proprietario, che la possedea.

In questo sito denominato come sopra, si veggono più cave da cui si estraggono pietre delle stesse qualità. Poco differiscono dalle due precedenti. Però la pietra conserva una tenacità preferibile pe'soli basolati. Non ostante che non sia di natura stratiforme; pure è incostante ne'suoi tagli, e per tal ragione contiene diversa densità. Si distingue dalle altre pel suo colore più chiaro, e per una certa cristallizzazione con meno carbone, e si può benissimo classificare nella seconda spe-

Digitized by Google

cie de' basalti smerigliati. Fornisce de' massi sufficientemente utili e di mole da poterne fare ogni specie di lavoro.

Cresce in essa gradatamente la quantità di *ferro titanifero*, e perciò è di maggior densità, e poco campeggiano il *feldispato*, e 'l *filosseno*. A misura che il basalte cresce di densità, si scema l' affinità con la malta.

CAVA DI CREMANO, O CORROTTAMENTE CALMANO.

28. Questa cava produce una pietra poco differente dalle altre testè descritte. La differenza consiste solo in una maggior quantità di ferro, in guisa che con maggior prestezza si leviga la sua superficie, quando vien destinata per basolati, ed apporta l'inconveniente dello scivolamento a' cavalli. Resiste maggiormente all'azione dell'acido muriatico, per lo che viene impiegata pe' lavori di rivestimento, meglio che per basolati.

È più tenace delle precedenti, e perciò è di maggior resistenza allo schiacciamento. Se da un lato si leviga, dall'altro resiste per maggior tempo; ma bisogna senza dubbio convenire che questa cava, e l'altra di Longino, sono le due, che producono basoli da preferirsi a tutte le altre cave, non escluse quelle della Scala, per essere quella pietra di minor durata alla sofferenza delle ruote, perchè di minor tenacità.

In esse si vede aumentata la quantita di *ferro titanifero*, e perciò più facilmente si leviga: per conseguenza si diminuisce l' affinità con la malta.

Digitized by Google

CAVA DEL BARONE AIELLO.

29. Queste cave con l' altre poco discoste, producono delle pietre, che non sono preferibili a quelle precedenti, per essere *occhiettate*, e framischiate con talune materie saline cristallizzate, che formano la terza specie de' basalti smerigliati.

La pietra si può adoperare meglio ne'lavori di rivestimento in siti non esposti, che pe' basolati. Si presta più delle altre a' lavori dello scalpellino per stipiti e cornici, ed è di una tenacità maggiore delle di sopra descritte. Si distingue anche pel suo colorito, e per la gravità specifica.

Ha buona affinità con la malta, e quando si ha l' attenzione di separare tutti quei basoli *filardesi*, *nodosi*, e di *pietra fiera*, i basolati riescono di condizioni superiori agli altri, e di maggior durata.

Questa pietra perchè è della terza specie delle smerigliate, produce una quantità maggiore di pietre (1) di quelle *filardesie*; sicchè se si praticano due avvertenze; la prima di rifiutare il primo taglio di pietra a *cellule*, e la seconda di rifiutare del pari quelle delle *filardesie*, potrassi ottenere un basolato di costante consumo (2).

(1) Ne' basolati non potravvi essere maggiore incentiva di consumo, che quello del framischiamento di pietre di diverse densità. Il consumo rendendosi ineguale, apporta la più repentina distruzione.

(2) In arte il termine pietra è un sinonimo di basolo.

Digitized by Google

CAVA DEL PRINCIPE DI OTTAIANO.

30. Questa novella cava esiste nel sito così detto al Terzigno in Ottaiano verso la parte di Bosco. Produce una pietra, forse preferibile a tutte le altre, ma è occhiettata, e si distingue immantinenti per essere la più brunacea.

La significante distanza dalla capitale, ed il dispendio pel lungo trasporto, ne limitano lo smercio; ma è la più coesa, tenace, e costante, e si può adoperare per qualunque siasi lavoro.

CAVA NELL' ISOLA DI PROCIDA NEL LUOGO DETTO GALLONATA DELLA STORTA.

31. In seguito alle descritte cave, si può senza dubbio classificare la presente. È questa una cava nuova da me scoverta, e forse non se n' è vociferata ancora la esistenza.

Produce una pietra di una grana sabbionosa nericcia, ed è talmente coesa e tenace, che può servire benissimo a qualunque specie di lavoro.

Il suo processo chimico presenta la più bella proporzione nè suoi componenti. Tiene una giusta quantità di *ferro titanifero*, che la rende idonea in qualunque siasi lavoro.

Somiglia molto alla pietra del Terzigno, ed è similmente occhiettata. Evvi tutta la probabilità che ne' visceri della cava se ne trovi di miglior qualità, e più atta al lavoro: intanto non ancora si è messa in uso per le costruzioni in quella Isola.

Digitized by Google

CAVA DENOMINATA CALASTRO SOTTO AL FORTINO
ALLA TORRE DEL GRECO.

32. Quest'anche è una novella cava, di pertinenza, come dicesi, del Comune. Non produce che una pietra occhiettata nera, e non disprezzabile pe' lavori di basoli.

Non ancora se ne fà significante smercio: ma si presume che approfondendola voglia rinvenirsi di qualità migliore. Trovasi quasi a lido, di modo che, si può benissimo caricare sù barche: circostanza importantissima per essere un bel mezzo di economia di trasporto. Se n'è incominciato a far uso per pezzi di rivestimento e pe'stipiti, e si è conosciuto che si presta regolarmente alle sagome. È comune opinione che questa pietra possasi classificare con quelle della scala. Io son di avviso che la bontà della pietra dipenda sempre dal grado più o meno di *ferro titanifero*, e senza dubbio le lave cruttate fredde, sieno precisamente quelle che ravvisansi di pietre meno tenaci, con *cellule*, *filardesie*, e delle *smerigliate*. In conseguenza questa pietra ha molta affinità con la malta, e resiste comparatamente all' azione dell' acido muriatico.

CAVA DI D. GIUSEPPE CALIFANO.

33. La pietra di questa cava è somigliantissima a quella del Terzigno. Tiene lo stesso colorito, ed è *sabbionosa occhiettata bianca*. Trovasi sulla sinistra della strada di Resina in un sito molto al di sopra, e non ha il comodo di strada rotabile; questa circostanza produce la difficoltà dello smercio. Può adoprarsi per qualunque siasi lavoro. Si leviga all' azion delle ruote, e non è tanto facile a frangersi. Può servire a tutti i bisogni delle

Digitized by Google

costruzioni ; ha in proporzione la sua affinità con le malte , e resiste a preferenza all' azion dell' acido muriatico.

CAVA AL GRANATELLO DI REGIO CONTO.

34. Questa cava produce una pietra di diversa densità nell'istesso punto. Non si adopra nè pe'basolati, nè pe'pezzi di lavoro.

Il massimo smercio è quello stesso, che si fa per conto regio per pezzi di banchine, e per scogli per pennelli a mare. Per questo uso è la migliore, perchè la più resistente all' azione dell'acido muriatico. Potrebbe anche servire per altri usi, ma vengono preferite le altre , per la di loro qualità superiore , e perchè ciascuna pietra ha il suo destino particolare a' bisogni delle costruzioni.

BASALTE DI POZZUOLI.

35. La pietra che produce questa cava poco differisce da quella testè descritta. L' uso a cui vien destinata per conseguenza è lo stesso. Varia solo nel colorito, ed è abbondante di sabbia , che la rende maggiormente occhiettata. Contiene in se maggior quantità di ferro, ed è la più scabra in rapporto dell' altre al lavoro. È la sola che tiene minor affinità con le malte. Il miglior uso, che se ne potrebbe fare nelle costruzioni è quello di colonne o scostacarri.

36. È tale la sua tenacità che il cav. Bianchi architetto della Basilica di S. Francesco di Paola all' incontro la Regia , ha creduto di farne tutti i fusti del dorico di quel tempio. Resiste a preferenza di tutte all'azion dell'acido muriatico, e perciò è preferita sempre ne'lavori di banchine a mare e ne' rivestimenti.

Digitized by Google

CAVE IN BOSCO TRE CASE.

Diverse sono le cave in Bosco, ma la migliore è quella esistente nel luogo così detto al Mauro.

La pietra che produce quest'ultima ha molta somiglianza con quelle delle due cave ultimamente descritte. Differisce nel colorito brunaceo, ed è maggiormente occhiettata, di modo che potrebbe assimilarsi alla pietra della cava del signor Califano ed a quella in Pozzuoli. Potrebbe essere anteposta alle due ultime, ma perchè piena di *cellule*, non presenta dei mezzi costanti ed utili a diversi lavori.

37. Coordinando le cose dette di sopra, a chiare note si vede, che la bontà delle pietre; benchè sì diverse e svariate, non dipende nè dalla di loro tenacità, nè dalla costante concrezione. Tutto è riposto nell'uso a cui vengon destinate, a seconda la diversità de' lavori.

38. Sarebbe adunque un errore di conoscenza se pe'lavori a lido per banchine o rivestimenti, venisse impiegata la pietra della scala, piucchè quella di Pozzuoli, o viceversa per un lavoro scorniciato adoperare quella di Pozzuoli, invece di quella della scala. Le pietre adunque si rendono tutte buone se l'architetto ne sappia formare il destino a termine degli usi cui esse vengono destinate.

Per la qual cosa, senza tema si può stabilire.

39. 1.° Che le pietre delle cave Scala, e Sabataniello sono più preferibili pe' lavori di stipiti, cornici, ed intagli, che pe' basolati, pe'quali le di loro tenacità apportano una minor durata.

40. 2.° Che le cave di Longino, Calmano, e Barone Aiello, sono le più preferite, e senza dubbio, le migliori pe' lavori di basolati, potendosi adoprare con una sola oculatezza, ed è quella

Digitized by Google

di adoprare tutti i basoli delle stesse densità, per avere un egual consumo, dapoicchè il framischiamento di pietre diverse; apporta il più grave pregiudizio, e ne accelera inevitabilmente il consumo.

41. 3.° Che le cave del principe di Ottaiano, e di Procida, possonsi adoprare come le precedenti, ma meritano di esser classificate nella seconda specie.

42. 4.° Che le pietre della cava sotto al Fortino alla Torre del Greco, e del signor Califano, possonsi adoprare in basolati in siti non rotabili, perchè l'unico di loro inconveniente è quello di facilmente levigarsi, apportando il pericolo a tutti gli animali da tiro, e da some.

43. 5.° Finalmente che le pietre delle cave di Pozzuoli, e Bosco, possonsi benissimo impiegare pe' lavori di banchine, scogliere, e rivestimenti a lido, per essere le più tenaci, e di maggior resistenza all'azione degli acidi marini.

Ed ecco come ciascuna pietra adoprata con giudizio, riesce di una utilità incomparabile.

Digitized by Google

§. VI.

SISTEMI DIVERSI DI COSTRUZIONE PER LASTRICARE LE SUPERFICIE STRADALI.

44. Le superficie stradali si consolidano in tanti diversi sistemi (1).

Il primo consiste nel lastricarle con basoli di diverse specie.

Il secondo con inghiaiata civata a detrito, ed ammassata con la rotazione di enorme cilindro.

Il terzo con calcinacci pesti ed innaffiati con latte di calcina, ammassando il tutto.

Il quarto con letto di taglima tufacea, innaffiata del pari con latte di calcina, ed ammassata a colpi di pistoni.

Il quinto con estradosso di sabbione, come si verifica in tutti i letti degli alvei, addetti a passaggi anche rotabili.

Il sesto con ammasso di terra vegetabile.

Ed il settimo in fine con scardonati, ma questo sistema verrà subordinato al primo di sopra esposto. Di ciascun ne terrò un rapido ragionamento parziale.

(1) Qui non ho tenuto conto della classificazione delle strade.

Digitized by Google

SISTEMA 1.°

LASTRICAMENTO CON BASOLI DI DIVERSE SPECIE.

45. Soleano gli antichi distinguere il basolato con tre classi diverse, a norma de' diversi magisteri e forme, che davan a' pezzi nel metterli in opera.

Soleano talune volte comporre i basolati con grossi pezzi irregolari ben connessi, i quali spesse volte adoperavan senza malta, allorquando il suolo su cui poggiavanli, credeanlo abbastanza solido, e da non temersi avvallamento, come varî esempî ne presentano ancora le antiche reliquie di strade de' dintorni di Napoli. Di siffatta specie di basolati se ne osserva a'dì nostri pavimentata la città di Firenze, ove si fa uso di pietra calcarea stradosa.

L'attuale sistema qui in Napoli e Regno, è di comporre i basolati di pietra calcarea granitica, o vulcanica, sempre squadrata a forme rettangolari di varie dimensioni, donde prende origine la classificazione di sopra accennata, e con assetti laterali combacianti, mercè un lavorio di scalpello detto in arte *ristatura*.

Per tali lastricati i di cui pezzi vengono denominati *basoli*, vi sono de' limiti tanto nelle massime che nelle minime larghezze, a' quali corrispondendo distinte proporzioni di spessezza e lavorio, costituiscono tre separate specie di lastricati conosciute in arte sotto la denominazione di *basolati di conto*, *ordinario*, *di scarto*, pe' quali il metodo del ponimento in opera è sempre lo stesso.

46. Ometto qui l'indicazione minuta, e tutte le avvertenze, che nella composizione di tali lastricati si esigono, tanto pel lavorio,

Digitized by Google

che pel ponimento in opera, atteso che tali cose trovavansi egregiamente raccolte in una istruzione pubblicata per le stampe per uso della direzione generale di P. S., ed in molti fogli di postille e condizioni, redatti pe' lavori del nostro Eccellentissimo Corpo della Città di Napoli, dettati da uomini pur troppo chiari. Soggiungo solo il sistema in valso pel ponimento di basoli all'uso Palermitano, del quale se n'è fatta l'applicazione, a titolo di saggio, nella costruzione di parte del basolato alla riviera di Chiaia: e molti anni sono se ne fece saggio comparativo nella costruzione della strada di Porta Costantinopoli, a quella di Porta S. Gennaro. Questo sistema consiste nel formare un sostrato di fabbrica di pietra tufo, disposto a seconda la configurazione da darsi alla strada, con un bagno di malta, sul quale si dispongono delle schegge per civare le connessioni dello strato, e per rendere facile il ponimento in opera. Fatto ciò si procede al ponimento, con versare per ogni basolo una quantità di malta sufficiente per rifluire anche nelle commettiture. Altro sistema di basolare evvi, ed è quello che adoprasi in moltissime principali capitali di Europa. Consiste nel comporre il lastricato di piccoli pezzi visibilmente uguali, ben squadrati per offrire la debita resistenza. Si mettono a giacere su di uno strato di sabbia, che nomasi *forma*, alto sei pollici circa, situati a connessure discontinue, e trovansi intermessi tra le due parti estreme della carreggiata, che addimandansi *guide*. Queste sono composte di pietre più grandi e più alte delle altre per dare maggior freno al lastricato. Situate le pietre, e ben battute, si distende al di sopra uno strato di arena alto un pollice. E spesse volte alle *guide*, vengono attaccati taluni *scostacarri* di simile pietra per evitare che le ruote vadino a distruggere i

Digitized by Google

passeggiatoi di terra, che soglionsi mettere lateralmente. Questo metodo è tutto proprio delle strade ne' fondi palustri.

47. Finalmente altro metodo di lastricamento vedesi praticato, e si compone con ciottoli rotolati e messi in opera con malta, conficcati di punta nella *pianta*, con analogo magistero, come per le precedenti costruzioni.

Non di rado avviene che per le circostanze fisiche della contrada, e per le vedute di economia, veggonsi innestati tra essi i diversi sistemi di sopra indicati.

48. Come si rende indispensabile, così non fia superfluo l'accennare che la facilità dello scolo delle piovane, oltre che è una principale condizione per la buona riuscita, si rende utile ancora sotto altro aspetto. Per ottenerla è necessario di evitare l'orizzontalità dell'asse longitudinale, e dare al profilo trasversale un declivio sufficiente per lo sgorgo, evitando con ogni diligenza una convessità troppo risentita, e nell'assieme badare al comodo delle circostanti abitazioni, al volume di acqua perveniente da altre strade, all'allineamento, ed altro.

Una studiata costruzione stradale contribuisce essenzialmente alla sanità degli abitanti per la salubrità dell'aria. Le fogne, la nettezza delle superficie, lo spazzamento, sono questi i veri mezzi necessarî per le vedute igieniche.

49. Le costruzioni sotterranee di tronchi di corsi per materie dense, anche formano oggetti di meditazioni, e per essi deve l'ingegnere tenere la più gran circospezione con dare maggiori declivi, ed incanalare le piogge pel pronto nettamento ed espurgo.

Sarebbe assai opportuno, specialmente nelle città meridionali, ove le piogge sono più rare, ne'tempi estivi, immettere

Digitized by Google

ne' corsi tutte le acque pubbliche perdute. Riuscirebbe al certo un mezzo d'impareggiabile vantaggio di lavare periodicamente e le strade e le fogne con trasportare le lordure sciolte.

5o. Ma il far fluire le acque per luoghi chiusi non è stata una operazione facile. I più accreditati nostri professori han adoprato ogni di loro possa per superare gli ostacoli, e forse non sempre con buon successo: sicchè grande dev'essere l'oculatezza: il filtramento delle acque in qualche fondazione, potrebbe rendersi facile, e quindi procurare il danno o il crollo alle proprietà.

Comecchè in questo capitolo si è trattato dei diversi sistemi di lastricare le strade, ed implicitamente si è discorso del basalte considerato qual lavoro di costruzioni superficiali: così credo quasi indispensabile di accennare rapidamente, il modo come questo materiale si smercia, con la distinta di tutte quelle circostanze, che per esso concorrono.

Digitized by Google

§. VII.

DEL COME SI SMERCIA IL BASSALTE.

RAPPORTO DEL PREZZO ALLA SPECIE DEL LAVORO.

51. Non evvi conoscenza chiara e reale, senza ricorrere all' analisi degli elementi che costituiscono la cosa stessa. Così fino a tantocchè non si arrivò a conoscere ed analizzare parte di quegli elementi, che costituivano il creato, non si ebbe che sempre una idea di vaghe congetture, nè tampoco si potè pervenire alla chiara conoscenza delle leggi della contripedenza, della virtù misteriosa del magnetismo, delle leggi del moto e delle forze, senza ricorrere al vero metodo dell' analisi.

52. Nella specie questo principio generalmente si rende sempre utile quando viene applicato, e si renderà abbastanza facile l'indagamento del prezzo, se in prima si curi di analizzare tutti gli elementi costitutivi dell'oggetto in disamina.

Essi variano, in questo caso, in proporzione delle diversità de' pezzi analogamente a' bisogni delle costruzioni.

I pezzi per stipiti, quelli per rivestimenti, per soglie, per sportelli e bracciole, per basolati, per dadi, per tavolini, non ostante che sono della stessa pietra e palmaggio; pure variano interamente di prezzi.

53. Sonovi di quelli, i quali compransi per un prezzo riunito pel materiale e magistero. In questa categoria van compresi tutti quelli, che non eccedono la spessezza di un palmo, e sono appunto quelli di sopra descritti.

Digitized by Google

Tutti gli altri poi vengono smerciati con due prezzi l'uno pel masso, l'altro pel lavorio.

Tanto pe' prezzi a superficie, che per quelli a masso il prezzo si proporziona sempre col palmaggio: dimodocchè per quelli di eccessivo palmaggio, il prezzo dev' essere sempre maggiore (1).

PREZZO DE' MASSI PEL SOLO MATERIALE, RAPPORTATI A' DIVERSI PALMAGGI.

54. Il prezzo di questi masselli, varia in proporzione del palmaggio, come già di sopra abbiamo detto.

Le ragioni dell' aumento sono due, la prima per la difficoltà di rinvenire nella cava, atteso le tante *scarpine* un masso capace del domandato palmaggio, la seconda per la difficoltà del trasporto nella capitale (2).

Varia anche per la diversità delle pietre delle diverse cave. Per quanto di sopra ho detto, sarebbe ovvio il ripetere le stesse cose. Importerebbe in questo rincontro, di considerare un palmo cubico di pietra con l' aumento di prezzo in proporzione della qualità. Per non andare tant' oltre, mi limito a

(1) Per le pietre a stratiforme delle rocce aggregate, come il pepesino specialmente, in certi casi, il prezzo diventa maggiore, quando la *scapola* deve passare i palmi tre a vena calcata. Per questa circostanza oltre del prezzo maggiore per un pezzo di grossa mole, il prezzo stesso cresce per la difficoltà del magistero, oltre di quella del trasporto.

(2) Talune volte per quelli pezzi, che oltrepassano la larghezza consueta del carro, si debbono costruire per trasportarli taluni carri, che nominansi *stravoli*; per cui n' è venuto il fraseggio del *trasporto con stravoli*.

Digitized by Google

dire solamente che il prezzo della pietra và in ragion diretta del capriccio de' respettivi proprietarî, i quali spesso per la liccornìa del danaro, lo alterano quasi quotidianamente. Basta perciò conoscere in questo rincontro le norme, e non ostante che si ritenghino alcuni elementi, come variabili; pure non si alterano i nostri calcoli (1).

PREZZO DI QUELLI MASSI PER MATERIALE E MAGISTERO.

55. In questa categoria van comprese le tre specie de' basolati, e tutti gli altri pezzi, che non eccedono la spessezza di un palmo. Per inveterata consuetudine si comprende in un sol prezzo il costo della pietra nella rispettiva cava, il trasporto, il lavorìo, ed il ponimento in opera con la rispettiva pianta, covertura, e scovertura. Affinchè si abbia una idea dettagliata del prezzo, si rende utile da un lato ripetere la stessa protesta sulla variabilità di costo della pietra nella cava, e dell' altra indicare i residuali componenti che costituiscono il prezzo stesso.

PE' BASOLI.

56. Per devenire all' analisi del prezzo son da considerarsi.

1.° Il costo del basolo nella cava. E qui cade il gioco della doppia varietà, e per la qualità della pietra, e pel capriccio del proprietario.

2.° Il trasporto dalla cava al sito del lavoro.

(1) Il trasporto de' pezzi dalle cave nella capitale, può essere o per mare, o per terra. Il trasporto per mare è di minor dispendio; ma non tutti i pezzi possonsi valicare. Questo vantaggio è solo su i basoli, ed altri pezzi maneggiabili.

Digitized by Google

3.° La spesa del lavorìo della faccia co'quattro assetti verticali. Si proporziona questo prezzo col numero consueto, che uno scalpellino può lavorare nel giro di un giorno.

4.° La spesa del ponimento in opera per ogni basolo. Si proporziona del pari questo prezzo dal numero delle canne, che potrà porre in opera un buon mettitore di basoli, anche nel giro di un giorno, con l' analisi del costo della malta ordinaria. Si rende facile questo calcolo, per essere noto il numero de'basoli, che compongono una canna, ed il palmaggio che forma un basolo di conto.

5.° In fine, dopo sommate tutte le cifre, e rinvenuto il prezzo dell' unità per ogni palmo, si aggiunga l' utile all'appaltatore al tanto per 100.

Questi calcoli, oltre che valgono pe' basoli, possonsi adottare anche per tutti gli altri lavori a superficie, come soglie, sportelli ed altro.

Digitized by Google

SISTEMA 2.°

INGHIAIATA CIVATA A DETRITO.

57. Questo sistema di lastricamento si vede praticato per tutte le consolari che da questa Città Capitale, conducono nelle provincie. È il più comune, e per esso non lievi somme si erogano tanto per le costruzioni, che per gli annui mantenimenti. Grandi cure pone il governo per questa parte tanto necessaria al commercio esterno, ed interno. In simili strade, che gl' ingegneri francesi appellano *en empierrement*, cioè in brecciame, deve considerarsi il *massicciato*, ed il modo di consolidarlo, ad oggetto di rendere uniti tutt' i corpicciuoli, che lo compongono.

58. Il *massicciato*, che nelle strade basolate, corrisponde al Capostrada, si costruisce a seconda della natura de' terreni, ove vien tracciata la strada. Se i terreni sono cedevoli, o acquitrinosi: in questo caso, si munisce il massicciato di un sostrato, o di grosso brecciame, o anche di pietra tufo, per forma al di sotto, o meglio pianta. Nell' altro si configura la pianta, e si dispande il massicciato di una spessezza regolare. Ne' due laterali, vengono formate le *guide* le quali servono a tenerlo frenato, ed a conservare costantemente la sua spessezza.

59. Le configurazioni di queste strade sono ordinariamente quelle a dorso: ma potransi variare in rapporto delle circostanze locali. Alle guide vengono appresso i passeggiatoi, o marginari, ed indi i canali.

60. In queste strade son da distinguersi tre cose, il modo

Digitized by Google

di costruirle, la conoscenza per la scelta del materiale, le regole per bene manotenerle.

Non m' impegno a disquirere su questa parte, perchè tali cose trovansi a disbocco contemplate in moltissimi regolamenti e memorie per uso degli ingegneri, e scuola di P. S.

SISTEMA 3.°

CONSOLIDAMENTO CON CALCINACCI PESTI.

61. Si mette in uso questo sistema nella costruzione per vedute di economia. L' amministrazione pubblica lo adotta qual mezzo di manutenzioni per tutte le strade di campagna in supplimento del brecciame. Sarebbe insufficiente il pubblico erario, ove si volessero costruire tutte le strade o con basolati, o con brecciame; e spesse volte anche queste ricercate costruzioni, riuscirebbero o oziose, o abbastanza lussose nel caso di talune strade secondarie di comunicazioni a piccioli villagi o comuni. Tra i tanti sistemi, il presente si presta sufficientemente a' bisogni de' viandanti.

62. Comecchè nelle sfabbricine o calcinacci, conservasi ancora una parte della virtù della malta, così con la triturazione delle ruote, col continuo traffico, e spesso con l' inaffiamento di calcina stemperata, le superficie di queste strade, in processo di un mediocre tempo, acquistano un consolidamento, che spesso fa credere di esservi stato qualche estradosso di brecciame.

La massima consistenza si manifesta in queste strade con lo spirare de' venti boreali, in tempo di siccità. In tempo pio-

Digitized by Google

voso si rendono quasi intrafficabili, con molto loto, e spesse volte con acque ristagnanti. Non è un sistema plausibile nella capitale, perchè contrasta ancora con la sanità pubblica.

SISTEMA 4.°

CONSOLIDAMENTO CON LETTO DI TAGLIMA TUFACEA, INAFFIATA CON LATTE DI CALCINA.

63. Questo sistema non si adotta per le strade pubbliche. È desso tutto proprio pe' viali di ville e giardini inglesi, e si vede praticato sempre in tutti i siti di delizie. Si rende preferibile anche per la sua tinta, la quale mista co' verdeggianti prati, ed altre apriche vedute, tutte proprie del vario pinto de' siti di delizie, non discorde quel giallo tufaceo, e produce un assieme armonizzato.

64. Evvi però altra ragione più convingente per sua la adozione, e vien poggiata sulla ricercatezza di aversi questi viali sempre spazzati, e per quanto fia possibile, sgombri di erbe, e specialmente delle graminacê, le quali poco allignano e rigogliano ne' terreni abbondanti di sabbia. S'innaffia con latte di calcina, e si ammassa a colpi di pistoni, per dare una specie di congrezione artificiale, sufficiente al calpestio, e spesso alla sofferenza delle ruote. Ha bisogno però di una manutenzione, la quale non si rende tanto dispendiosa, quando tuttodì si accorra ad impianare quelle picciole insolcature, che vengono cagionate ordinariamente dalle piogge. La configurazione che apporta una maggior durevolezza a questa specie di strada, è quella del *dos*, con canali scolatizî lunghesso i laterali.

Digitized by Google

SISTEMA 5.°

SUPERFICIE STRADALE ESTRADOSSATA CON SABBIA.

65. Si avvera in molti casi, che la natura spesse volte accorre e supplisce all' opera dell' uomo. Per tutte quelle strade, ove fluiscono le piogge, quando le stesse trovansi a livello, qualunque opera si potesse praticare, resta sempre o distrutta, o coverta dalla sabbia, e dalla torba che le piogge stesse trasportano: adunque per queste specie di strade non evvi bisogno di manutenzione, il sedimento delle acque, colma le insolcature o incarreggiate, cagionate dal traffico, e supplito dalla caduta delle piogge col sedimento della torba. In simili strade si verifica un fenomeno inverso di quello per le strade di sensibili pendì. A preferenza ciò si verifica, in tutti i letti degli alvei, e per aversene una idea chiara e convingente, basta osservare, che pel commercio di sabbia, che fanno tuttodì i nostri carrettieri dagli alvei a' Ponti Rossi, e Fuori Grotta, escavano, e profondano quei letti, i quali alla caduta delle prime piogge, si vedono colmati, e portati allo stato pristino.

Digitized by Google

SISTEMA 6.°

CONSOLIDAMENTO CON AMMASSO DI TERRA VEGETABILE,

66. Si novera tra i tanti, anche questo sistema in costruzione

La poco sua importanza, non meriterebbe a farne motto, ma unicamente per darne una nuda idea, mi limito solo ad accennare, che questo sistema si adotta nelle strade di campagna, ove si rende dispendioso il trasporto di altri materiali. Spesso per impianare le superficie, si escava da' territorî limitrofi, ma si rende reprovabile tale costruzione, per la niun durata, e pel gravissimo inconveniente del fango in che si converte in tempo di pioggia.

A tal proposito rammento quanto trovomi di aver detto nel 3.° sistema per le strade impianate con calcinacci.

Digitized by Google

SISTEMA 7.°

SUPERFICIE STRADALI CONDIZIONATE CON SCARDONATI.

67. Questo sistema, il più importante di questi ultimi 4. descritti, come ho accennato, meriterebbe di essere classificato in seguito a' basolati, e perchè la pietra è la stessa, è perchè il ponimento in opera è lo stesso. Il dire quì, quanto occorre per la conoscenza di simili lavori, sarebbe lo stesso che ripetere le stesse cose dette in tanti fogli d' istruzione, dati per le stampe, ed appositamente redatti pe' lavori del comune di Napoli. Ad ogni modo quel che occorre conoscere per questa specie di lavoro, a preferenza è il modo di conficcarli, onde la costruzione riuscisse di maggior durevolezza. La informità de' pezzi di scardoni, apporta spesse volte che quando l' appaltatore non presta la sua opera, allontanando la ingordigia, e l' appetito dell' interesse, adopra questi pezzi spianati per ottenere la massima superficie, e questo è il vero mezzo per fare riuscire il breccionato della più breve durata; sicchè la principale avvertenza, consiste nel far conficcare i scardoni tutti di punta nella pianta, per evitare che nello stato di orizzontalità, esercitando una specie di leva, il peso di un carro, producasi la di loro smossa, e quindi la distruzione.

FINE.

Digitized by Google

Digitized by Google

INDICE

DELLA MATERIA PER EVITARE LE INCARREGGIATE NELLE SVOLTE DELLE STRADE.

CENNO SULLE STRADE ANTICHE, COMPARATE CON QUELLE DEI NOSTRI TEMPI.

INTRODUZIONE.

§. I.

Discorso preliminare, che risguarda l'importanza, ed il vantaggio della linea svolta costruita analiticamente. Differenza delle antiche costruzioni, a quelle de'nostri tempi. Emendazione al modo pratico dei mettitori di basoli. Cenno sull'ordine, o equazione della curva svolta . . Pag. 1 a 8

§. II.

COSTRUZIONE.

Per trovare la linea svolta di una strada, onde riunire o raccordare convenientemente le due parti rettilinee: ovvero gli assi delle due strade a congiungersi 9

PROPOSIZIONE 1.

Per trovare le coordinate de' punti pei quali deve passare la svolta ordinaria di una strada, e suo corollario . . . 10 a 12

Digitized by Google

Costruzione sintetica portata dal Cavalieri S. Bertolo, onde raccordare la svolta suddetta. 13

PROPOSIZIONE 2.

Per trovare il minimo lato del poligono, una cui parte ai vertici degli angoli, e de'punti pei quali deve passare la svolta della strada, considerata nella proposizione precedente. . *ivi* a 15

PROPOSIZIONE 3.

Per trovare il massimo angolo esterno del medesimo poligono, contemplato nella proposizione precedente . . . . . *ivi* a 17

PROPOSIZIONE 4.

Per dimostrare che tutti i vertici degli angoli del poligono sono nella parabola conica, la cui equazione è per le coordinate di essi . . . . . *ivi* a 19

PROPOSIZIONE 5.

Per trovare la direzione svolta della strada a'termini di essa . 20 a 23
Applicazione del sistema portato dal testè detto Cavalieri, con taluni altri sistemi conosciuti dagl'ingegneri francesi sull'istesso oggetto . . . . . 22 a 24

PROPOSIZIONE 6.

Per trovare le coordinate di quel punto, il quale è nell'arco sotteso della svolta del poligono contemplato nelle prime

Digitized by Google

3 proposizioni, ad una distanza maggiore di quella di ogni altro punto dell'arco stesso . . . . . *ivi* a 26

PROPOSIZIONE 7.

Per trovare un poligono circoscritto ad una parabola data, pel quale sia costante il rapporto di quelle parti analoghe componenti ogni suo lato, che hanno per termine comune il punto di contatto fra la parabola ed il lato formato da esso . . . . . 27 a 30

PROPOSIZIONE 8.

Per trovare il punto di una svolta di una strada, dove essa riuscirà incurvata più di qualunque altro punto di essa medesima . . . . . *ivi* a 34

PROPOSIZIONE 9.

Per trovare il più grande valore del numero *n*, che dà il corrispondente valore del raggio *Qn*, non minore di un dato *r*, riconosciuto necessario per la svolta della strada, avuto riguardo agli sforzi delle vetture, e de'carri 35

PROPOSIZIONE 10.

Dati i punti di uno dei due tronchi rettilinei di una strada, nel quale si deve cominciare la sua svolta, trovare quello dell'altro tronco rettilineo di essa, nel quale si debbe terminare la svolta, affinchè la sua massima incurvatura riesca minore di quella di ogni altra svolta determinabile analogamente . . . . . 36 a 38

Digitized by Google

PROPOSIZIONE 11.

Per trovare una svolta parabolica, tangente a'tronchi rettilinei nei punti dati . . . . . *ivi* a 42

PROPOSIZIONE 12.

Per trovare le condizioni o proprietà, che si debbono verificare, affinchè il vertice della parabola, alla quale appartiene la svolta della strada sia sulla medesima svolta . . . . 43 a 45

PROPOSIZIONE 13.

Per trovare con la regola precedente la svolta parabolica, tangente a' tronchi rettilinei di una strada ne' punti dati . . *ivi* a 46

PROPOSIZIONE 14.

Per trovare quel punto di uno de'due tronchi rettilinei di una strada, nel quale vi dovrà essere tangente quella svolta parabolica, che deve passare per un punto dato, ed essere tangente all'altro tronco rettilineo, in un punto pure dato . *ivi* e 47

PROPOSIZIONE 15.

Per trovare la svolta parabolica di una strada, la quale debbe essere tangente a due tronchi rettilinei della strada medesima, e passare per due punti dati . . . . . *ivi* a 48

PROPOSIZIONE 16.

Per trovare la perpendicolare e la tangente ad una retta data,

Digitized by Google

fra le svolte paraboliche tangenti ai due tronchi rettilinei di una strada . . . . . *ivi* a 52

PROPOSIZIONE 17.

Per trovare i cigli della strada svolta, contemplata nella 11.ª supposto essi paralleli alla parabola ivi considerata, ed equidistanti da essa medesima . . . . . *ivi* a 57
Riflessioni sull' importanza del lavoro analitico, comparato con quello identico dello Sganzin, e del Cavalieri . . 57

§. III.

APPLICAZIONE

IDEA GENERICA DELLE COSE DETTE ANTECEDENTEMENTE.

Applicazione di essa per conseguirne l'emenda alle attuali costruzioni delle svolte. Idea sugli errori nel lavorare i basoli per essa. 58

Digitized by Google

CENNO SULLA COSTRUZIONE DELLE STRADE IN GENERALE

§. IV.

DELLE STRADE

CENNO STORICO SULLE PRINCIPALI STRADE PRESSO I ROMANI.

Quale popolo fu il primo a studiare accuratamente sulle strutture delle strade 59
1. Progresso di questo branco costruttorio. . . . . *ivi*
2. Principio generale della gravità specifica delle pietre alle di loro rispettive resistenze. Limite del grado di forza al detrimento ed allo schiacciamento. . . . . *ivi*
3. Larghezze delle strade considerate qual mezzo di durata presso i Romani 60
4. Norma per le svolte. Chi fu che credè di allargare le strade di Roma per renderla bella, e da chi ne fu censurato. *ivi*
5. Idea comparata delle strade degli antichi con quelle della vecchia Napoli. In tempo di chi siansi basulate per la prima volta le strade. 61
6. Chi diede origine ai margini, o così detti marciapiedi. Chi sia stato l'inventore delle strade a dorso, ed in quali tempi. . . . . *ivi*
7. Opere ardimentose degli antichi in fatti di strade. . . *ivi*
8. Quali popoli furono i primi a selciare le strade. . . *ivi*
9. Dell'origine de'margini ovvero marciapiedi. 62
10. Origine delle denominazioni delle strade. . . . . *ivi*
Fatti che appalesano la importanza delle opere fatte dai Romani per le strade, attraversando mari, e monti, come la grotta di Pozzuoli, il famoso ponte di Traiano sul Da-

Digitized by Google

nubio, distrutto dal suo successore Adriano, il Ponte Nimes in Francia, dal quale prese idea Vanvitelli nel costruire i ponti nella Valle. Il ponte sul Tago presso Alcantara; l'altro ad un arco sull'Allier in Francia, ed altri. 62 e 64

§. V.

DELLE STRADE MODERNE

NOMENCLATURA DELLE PARTI COSTITUENTI UNA STRADA.

11. Insinuazioni per inculcare la conoscenza dei termini pratici di arte. 64
12. Integranti inevitabili per la buona riuscita di una strada. 65
Allivamento, declivio, forma o configurazione, e costruzione.

INTEGRANTE I.

Allineamento quando la linea stradale non sia data di direzione, condizioni per renderla comoda, solida e bella.

13. Regole generali che guidar deggiono un ingegnere nel definire la linea stradale. Avvertenze per comodità solidità e bellezza. 66

PEL LA TRACCIA DELLA LINEA STRADALE.

14. Caso quando essa sia data di direzione. . . . . 67 a 68
Modo di tracciare la linea direttrice. Cenno sugli strumenti geodetici per superar taluni ostacoli. Ipotesi sul punto di prefigimento, sia visibile, sia invisibile.

Digitized by Google

Avvertimento e necessità delle conoscenze *trigonometriche-topografiche*, per risolvere tutti gli altri casi, che si tacciano per brevità.

INTEGRANTE 2.°

Declivio.

15. Importanza di questo capitolo. Perchè rendesi necessaria la livellazione in una strada. Limiti di sbocco. 69
16. Pendio subordinato alla livellazione . . . . . *ivi*
17. Difficoltà di livellare. Calcoli per la riduzione del livello apparente a quello vero. Refrangibilità della luce. Imperfezione degli strumenti di livellazione 70
18. Nuovo sistema di livellazione, denominata livellazion naturale. Risultati positivi e semplici di questo sistema. Modo come esso allontana i calcoli di riduzione. . . *ivi*
19. A quante maniere le livellazioni possonsi ridurre. Nuovo metodo di Vitantonio Piccirilli per le livellazioni trasversali, o livellazioni a curve orizzontali. 71

INTEGRANTE 3°.

Forma e configurazione a darsi ad una strada.

20. Inevitabilità della duplice configurazione di una strada. Sua incostanza in talune sue funzioni nello scopo di costruzione sia limitata o da marginarî, o da gavede. Caso pratico con analoga figura designata . . . . . 72 a 73

Digitized by Google

CONFIGURAZIONI DIVERSE DI UNA STRADA.

21. Enumerazione delle diverse configurazioni delle principali strade moderne. Come contribuisca la configurazione allo scopo, per evitare le voragini. Vera causa delle voragini o insolcature. Principio positivo, che nelle strade di campagna a livello, non si verificano giammai insolcature, e molto più quando per le stesse vi fluiscano delle piogge. 73 a 74

INTEGRANTE 4.

Costruzioni e metodi per consolidare le superficie stradali alla sofferenza delle ruote.

22. Idea preliminare sulla congrezione delle rocce, sia granitiche, sia scistose ed arenose 75

DEL BASSALTE, O IN ALTRI TERMINI DELLA PIETRA VULCANICA.

23. Tratto storico su la origine del bassalte. Processo chimico degli elementi che lo compongono. Del modo come si presenta in masse lo stesso. Di taluni edifici naturali, che hanno inspirato all'uomo la più grande mirabilità, e della sua natural tendenza alle forme prismatiche. Del modo come vengono a scaturirsi i bassalti alla superficie della terra. Idea su le rocce vulcaniche, su i bassalti, su le trachiti, e su le lave. In quanti sistemi di rocce vengono divisi i terreni bassaltici. Delle loro affinità con le trachiti con le lave, e coi porfidi. Cenno sui terreni di transizione, e le formazioni secondarie, e terziarie. Miscuglio notevole del calcare terziario, con le rocce basaltiche. Caratteri accidentali che indicano le qualità di questa pietra.

Digitized by Google

Primo carattere accidentale, che porta la denominazione, della così detta *pietra fiera*.
Secondo carattere della *pietra nodosa*.
Terzo carattere della *pietra smerigliata*.
Quarto carattere della *pietra filardesia*.
Quinto carattere della *pietra occhiettata*.
Sesto carattere di quella *cellulata*.
Settimo infine di quella *occhiettata* a *carbone*. . . 75 a 79

SITI NEI NOSTRI DINTORNI, OVE ESSA SI CAVA.

24. Enumerazioni delle principali cave finora conosciute. . *ivi*

CAVA DENOMINATA DELLA SCALA.

25. Superiorità di questa pietra in rapporto a tutte le altre. Sito graffico, ove essa giace. Moltiplicità delle cave nell'istesso punto. Ragione perchè essa si rende preferibile alle altre. Suo colorito e sua affinità con la malta . . 80

CAVA DI SABATANIELLO DENTRO TERRA.

26. Ove trovasi situata questa cava. Accidenti che la distinguono dalla precedente per la maggior quantità di ferro titanifero. Come resista all'azione dell'acido muriatico. Sua affinità con la malta.
Qual ne sia il suo uso, per meglio servire alle costruzioni. 8

CAVA DI LONGINO.

27. Donde venga l'etimològia di questa cava. Multiplicità delle cave in quel sito stesso, o con la stessa denominazione.

Digitized by Google

Sua tenacità. Rapporto di essa con le altre, e classifica nella seconda specie del bassalte smerigliato. Cenno sul *ferro titanifero*, sul *feldispato*, e sul *filosseno*, quali elementi che la compongono. . . . . *ivi* a 82

CAVA A CREMANO, O CORROTTAMENTE CALMANO.

28. Differenza di questa pietra in rapporto alle altre. In qual modo resista all'azione dell'acido muriatico. Sua tenacità ed affinità con le malte . . . . . *ivi*

CAVA DEL BARONE AIELLO.

29. Qualità di questa pietra rapportata alle altre. Terza specie dei basalti smerigliati. Per quali lavori venga meglio impiegata. Sua affinità con la salta, e sua tenacità. Attenzione per rifiutare tutti quei tagli di pietra *cellulata* e *filardesia*. 83

CAVA DEL PRINCIPE DI OTTAIANO.

30. Sue qualità essenziali, ed accidentali. 84

CAVA NELL'ISOLA DI PROCIDA.

31. Sua classifica in rapporto alle altre. Sua qualità. Donde si estragga. Sua coerenza e tenacità, e suo processo chimico. Chi ne sia stato lo scopritore. . . . . *ivi*

Digitized by Google

CAVA DENOMINATA CALASTRO ALLA TORRE.

32. Novità di questa cava, ed a chi si appartenga. Congetture sulla sua qualità. Sue proprietà essenziali. . . 85

CAVA DI D. GIUSEPPE CALIFANO.

33. Sue qualità essenziali, ed accidentali. 85

CAVA AL GRANATELLO DI REGIO CONTO.

34. Uso ed utilità di questa pietra preferibile a tutte le altre pe'lavori di banchine, e rivestimenti. 86

PIETRA DI POZZUOLI.

35. Differenza di questa pietra in rapporto alle altre.
Varietà del colorito.
Sua affinità, con la malta.
36. Suo uso, e rapporto con gli acidi . . . . . *ivi*

CAVE IN BOSCO TRE CASE.

Scelta della migliore tra esse.
Parallelo di questa pietra con le precedenti . . . 87
37. Coordinazione degli avvisi dati su le differenti qualità. Applicazione della qualità al bisogno della costruzione . *ivi*
38. Errore di conoscenza per la mala applicazione della pietra . . . . . *ivi*
39. Saggio comparato sulla diversità delle pietre. Cave di Scala e Sabataniello, che corrispondono meglio delle altre a taluni bisogni delle costruzioni. . . . . *ivi*

Digitized by Google

40. 2.° Classificazione comparata delle cave di Longino, Calmano, e Barone Aiello. Preferenza di queste pietre in taluni lavori costruttori, e come debbansi adoprare per evitare il consumo 88
41. 3.° Classificazione simile, per le cave del Principe di Ottaiano, e di Procida . . . . . *ivi*
42. 4.° Classificazione per le cave al Fortino, e del sig. Califano . . . . . *ivi*
43. 5.° Classificazione per le cave di Pozzuoli, e di Bosco. *ivi*

§. VI.

SISTEMI DIVERSI DI COSTRUZIONE PER LASTRICARE LE SUPERFICIE STRADALI.

44. Con quanti sistemi possonsi consolidare le superficie stradali per la sofferenza delle ruote 89

SISTEMA 1.°

LASTRICAMENTO CON BASOLI DI DIVERSE SPECIE.

45. In quante classi gli antichi distinguevano i basolati . 90
46. Sistema del ponimento di basoli all' uso Palermitano, con lo soggiunte di altri sistemi di basolati di piccioli pezzi visibilmente uguali, come le strade di Roma ed altre. 91
47. De' ciottolati, adoperati qual mezzo di basolati. . . 92
48. Scolo delle acque, considerato qual mezzo di durata nelle strade, e qual veduta di salute pubblica . . . *ivi*
49. Tronchi di corsi sotterranei per lo espurgo delle fogne. *ivi*

Digitized by Google

50. Avvertenza agli ingegneri perchè adoprassero la massima circospezione nel far fluire le acque sotterranee. . 93

§. VII.

DEL COME SI SMERCIA IL BASSALTE

RAPPORTO DEL PREZZO ALLA SPECIE DEL LAVORO.

51. Idea preliminare, che tutto ci rende facile col soccorso dell'analisi. 94
52. Applicazione di questo principio per proporzionare il prezzo al bassalte. . . . . *ivi*
53. Variabilità del prezzo a termine del palmaggio del masso, e della spessezza, considerata pel suo maggior magistero. . . . . *ivi*

PREZZO DI QUELLI MASSI PEL SOLO MATERIALE.

54. Ragioni dell'aumento del prezzo pel proprio palmaggio, difficoltà del trasporto, della mole, e della diversità delle cave. 95

PREZZO DI QUEI MASSI PER MATERIALE E MAGISTERO.

55. Quali sieno quei pezzi, che comprendonsi in questa categoria 96

PE' BASOLI.

56. Considerandi per devenire al reale prezzo di un basolo.

Digitized by Google

SISTEMA 2.°

INGHIAIATA CIVATA A DETRITO.

57. Applicaziono di questo sistema per tutte le consolari della capitale e regno. 98
58. A che corrisponda il massicciato, rapportandolo alle strade basolate. Precauzione di un sostrato per quei terreni acquitrinosi . . . . . *ivi*
59. Qual sia la configurazione propria a questa specie di strade . . . . . *ivi*
60. Quante debban essere le distinzioni, necessarie per esse. *ivi*

SISTEMA 3.°

CONSOLIDAMENTO CON CALCINACCI.

61. Qual sia la veduta per adoprare questo sistema nelle costruzioni, ed in quali casi. 99
62. In quale epoca manifestasi in questa specie di strade la massima consistenza. . . . . *ivi*

SISTEMA 4.°

CONSOLIDAMENTO CON LETTO DI TAGLIMA TUFACEA, INAFFIATA CON LATTE DI CALCINA.

63. In quali casi si ricorre a questo sistema 100
64. Ragione più convingente per la sua adozione . . . *ivi*

Digitized by Google

SISTEMA 5.°

SUPERFICIE STRADALE ESTRADOSSATA CON SABBIA.

65. Come la natura accorre in taluni casi a supplire all'opera dell'uomo 101

SISTEMA 6.°

CONSOLIDAMENTO CON AMMASSO DI TERRA VEGETABILE.

66. Poca importanza di questo sistema costruttorio. Adozione per un mero bisogno di economia, e come contrasta con la sanità pubblica 102

SISTEMA 7.°

SUPERFICIE STRADALI CONDIZIONATE CON SCARDONATI.

67. Rapporto di questo sistema con gli altri precedenti. In quali memorie trovasi trattato questo branco costruttorio. Avvertenza protestativa, perchè debbansi conficcare i scardoni di punta nella pianta 103

FINE.

SBN 010097

Biblioteca Nazionale NAPOLI

Digitized by Google

2.

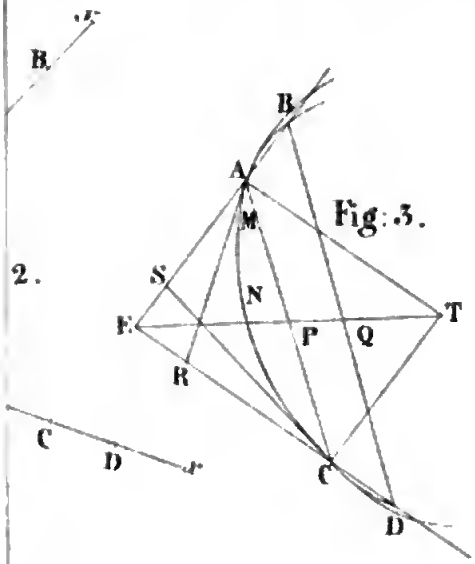


Fig: 3.

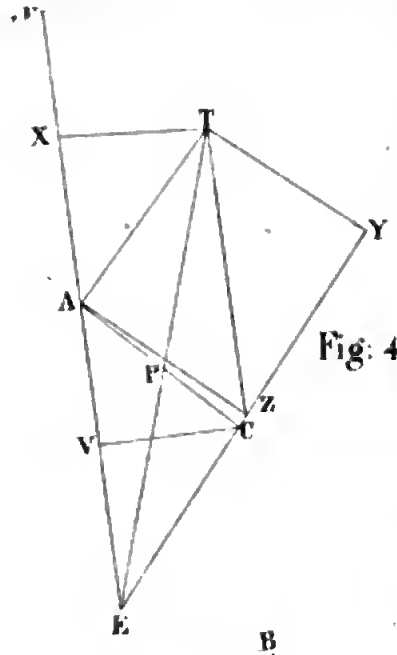


Fig: 4.

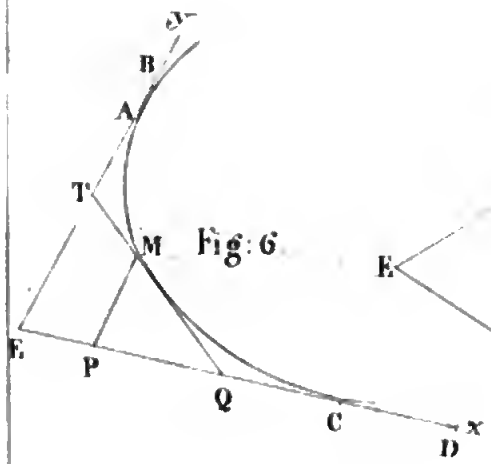


Fig: 6

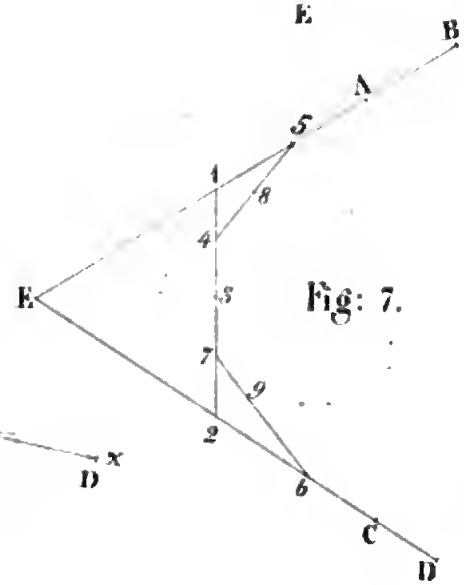


Fig: 7.

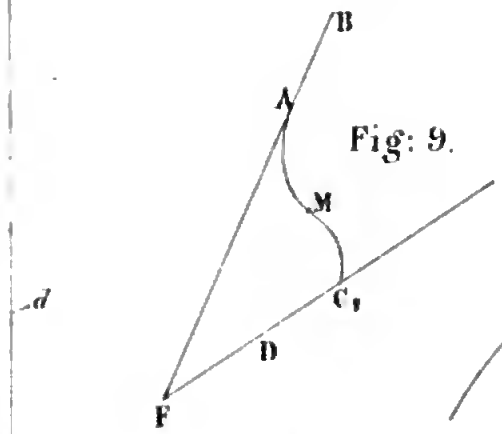


Fig: 9.

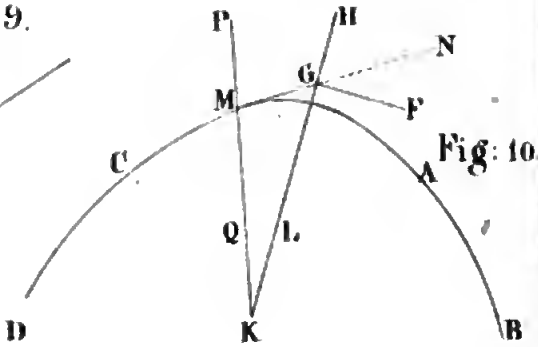


Fig: 10.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III"
NAPOLI

Digitized by Google

Fig:12.

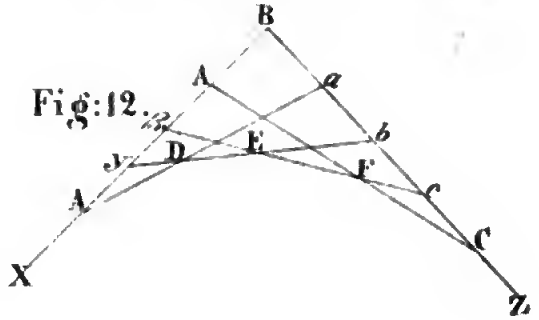


Fig:13.

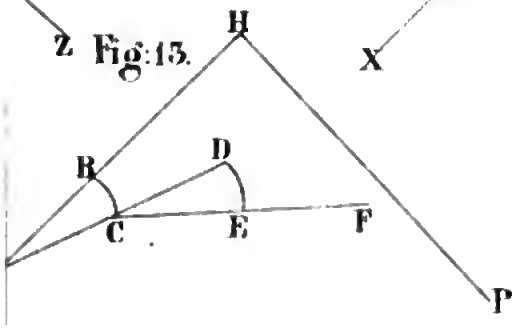


Fig:15.

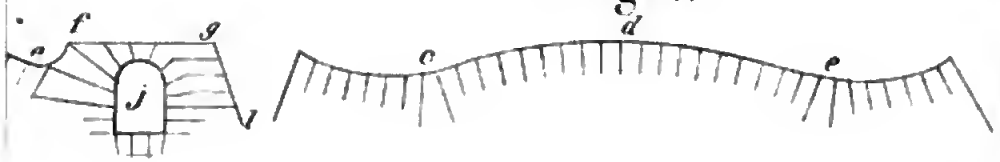


Fig:17.

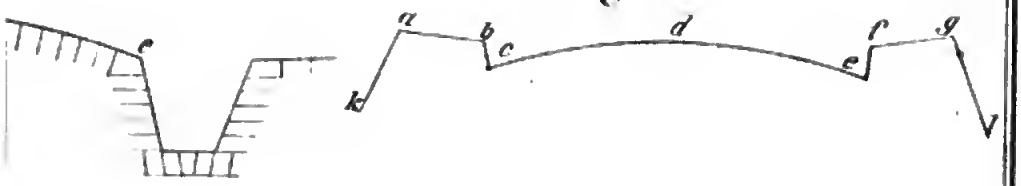


Fig: 19.

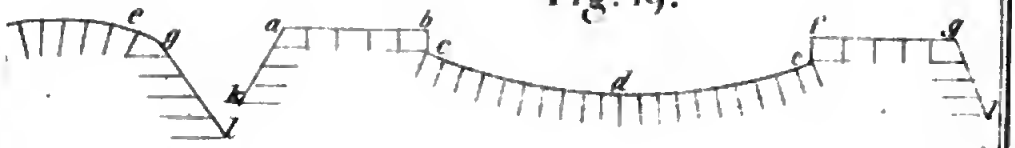
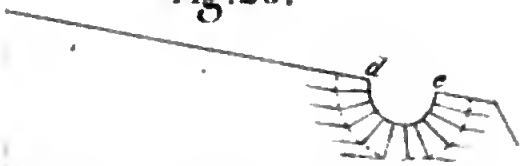


Fig:20.



Digitized by Google

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

Digitized by Google

BIBLIOTECA